



## Parámetros concentrados locales de un tubo Venturi Cavitante

### Local lumped parameters of a Cavitating Venturi tube

---

Cruz-Vanegas Samuel

Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ingeniería

Correo: [samisam98@hotmail.com](mailto:samisam98@hotmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-0061-8068>

#### Resumen

La dinámica del fenómeno de la cavitación es una función principalmente de los números de cavitación, Mach and Reynolds, así como de la fracción volumétrica de gas más vapor disuelta en el líquido y de los factores geométricos del dispositivo cavitante. Actualmente, se usan algunos dispositivos de gran tamaño y complejidad para monitorear, de forma no invasiva, algunas de las variables previamente mencionadas. Sin embargo, son aparatosos, costosos y en algunos casos peligrosos, como la tomografía eléctrica y de rayos X. Una alternativa es el monitoreo de las emisiones acústicas generadas por el fenómeno de la cavitación junto con modelos teóricos simplificados, como los parámetros concentrados, para determinar en forma simple e inmediata algunas de las variables mencionadas. Debido a lo anterior, en este trabajo se estudia a la cavitación en un tubo Venturi como un sistema de segundo orden capaz de generar y amortiguar frecuencias acústicas; usando las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos estacionarios bifásico, homogéneos, unidimensionales y barotrópicos. En consecuencia, el coeficiente de frecuencia determinado es una función de las variables mencionadas. Para corroborar el modelo teórico, se implementa un sistema hidrodinámico con válvulas, una bomba y un tubo Venturi. La acústica, así como temperatura y la dinámica del flujo se monitorean usando sensores piezoeléctricos, un termómetro, una cámara de alta velocidad y un manómetro diferencial. De acuerdo con los resultados, la frecuencia es un indicador de los cambios en la fracción volumétrica de gas más vapor disuelto en el líquido y del comportamiento del tubo Venturi como medidor o controlador de caudal. Además, las variables que permiten a los flujos cavitantes propagar ondas de presión son el número de Mach y cavitación. Aunque el presente modelo teórico es consistente con las observaciones experimentales, debe ser modificado para incluir la generación de ondas de presión.

**Descriptores:** Parámetros concentrados, cavitación hidrodinámica, flujo bifásico, tubo Venturi, fracción volumétrica de gas.

#### Abstract

Dynamics of the cavitation phenomenon is mainly function of the cavitation numbers, Mach and Reynolds, as well as of the volumetric fraction of gas plus vapor dissolved into the liquid and the geometric factors of the cavitating device. Currently, some large and complex devices are used to monitor, in a non-invasive way, some of the previously mentioned variables. Nevertheless, they are ostentatious, expensive and in some cases dangerous, such as the electrical and x-ray tomography. One alternative is the monitoring of acoustic emissions generated by the cavitation phenomenon together with simplified theoretical models, such as the lumped parameter models, to determine in a simple and immediate way some of the mentioned variables. Due to the above, in this work, the cavitation into a Venturi tube as a second order system able to generate and damping acoustic frequencies is studied; using the Navier-Stokes equations for biphasic, homogenous, one-dimensional and barotropic flows. Consequently, the frequency coefficient determined is a function of the aforementioned variables. To corroborate the theoretical model, a hydrodynamic system with valves, a pump and a Venturi tube is implemented. The acoustic, as well as the temperature and flow dynamic are monitored using piezoelectric sensors, a thermometer, a high speed camera and a differential manometer. According to the results, the frequency parameter is a change indicator of the volumetric fraction of gas plus vapor dissolved into the liquid and the Venturi tube behavior as a meter or flow controller. Furthermore, the condition that allows cavitating flows to propagate pressure waves are the Mach and cavitation numbers. Even though the present theoretical model is consistent with the experimental observations, it must to be modified to include the generation of pressure waves.

**Keywords:** Lumped parameters, hydrodynamic cavitation, biphasic flow, Venturi tube, gas volumetric fraction.

## INTRODUCCIÓN

En ingeniería, el fenómeno de la cavitación se define como la formación y crecimiento de burbujas en un flujo cuando el líquido alcanza su presión de vapor y sus posteriores colapsos cuando se recupera la presión (Franc & Jean, 2005). La presencia de estas burbujas induce oscilaciones en el flujo y vibraciones debido a los cambios volumétricos que sufren. Existen modelos matemáticos que relacionan la frecuencia de las oscilaciones con la geometría esférica inicial (Plesset & Prosperetti, 1977) y la asimetría de las burbujas (Longuet & Michael, 1989). A partir de los modelos anteriores, se proponen diversos modelos teóricos analíticos y numéricos, que consideran tanto parámetros físicos como químicos para estudiar el fenómeno denominado "cavitación hidrodinámica" como los de Brennen (1995), Gonçalves *et al.* (2001), Gastona *et al.* (2001), Kyuichi *et al.* (2010) y Gnanaskandan & Mahesh (2015). De acuerdo con los resultados presentados en los trabajos anteriores, en términos generales, los efectos macroscópicos del flujo son función de la energía contenida en las burbujas.

Tanto los modelos de la mecánica clásica como los fisicoquímicos se complican considerablemente al escalar el fenómeno para aplicaciones de ingeniería. En consecuencia, las teorías de parámetros concentrados adquieren importancia al aproximar el comportamiento dinámico de las burbujas inspeccionando los parámetros macroscópicos del sistema (Hidráulicos). Basándose en este concepto, Louis (1940) establece la primera matriz de transferencia dinámica para flujos ideales y estacionarios. En años posteriores, D'Souza & Oldenburger (1964) establecen la función de transferencia para redes hidráulicas con tuberías cilíndricas, usando las ecuaciones de Navier-Stokes y la transformada de Laplace. Concluyendo que en los flujos de comportamiento oscilante, superiores a  $10^2$  Hz, es factible desprestigiar los efectos de la viscosidad y fricción de las paredes.

Aunque el método de parámetros concentrados se ha utilizado desde 1940, son Brennen & Acosta (1973), (1975) y (1976), los primeros en modelar la cavitación hidrodinámica, en una bomba hidráulica, parametrizando en un coeficiente resistivo, capacitivo e inductivo. Estableciendo así el factor de ganancia de flujo másico, causado por la producción fluctuante de burbujas. En trabajos posteriores como Brennen (1978) y (2007) se introdujo un factor de acoplamiento que considera la inercia de la bomba, del flujo y la concentración de las burbujas. Permitiendo estudiar el estado transitorio de los flujos y demostrando que la produc-

ción fluctuante de las burbujas genera ondas de presión cinemáticas y dinámicas que superan los límites de diseño. Basándose en los trabajos anteriores, Yamamoto & Tsujimoto (2009) desarrollan un modelo de balance de energías y otro en parámetros concentrados de un circuito hidráulico que consta de una bomba hidráulica, una válvula y tanques de almacenamiento. En su trabajo muestran que la estabilidad del conglomerado de burbujas está relacionada con el valor negativo del factor de ganancia de flujo.

Modelos como el de Ashok *et al.* (2002) están ya disponibles en códigos computacionales para determinar, con ligeras consideraciones, la histéresis del módulo volumétrico del flujo y la densidad en el proceso de compresión y descompresión de una mezcla. Tal es el caso de Junjie *et al.* (2013) quien determina el módulo volumétrico y la densidad transitoria en un pistón hidráulico. Otros modelos teóricos para estudiar el régimen transitorio, mediante parámetros concentrados, son los de Donghyuk & Kazuhiko (2014), Shihua *et al.* (2015) y Kamil & Zbigniew (2015). Estos modelos permiten determinar la frecuencia de operación, histéresis, factor de pérdidas, calidad, tiempo de respuesta, factor de ganancia y estabilidad.

Son Zuo *et al.* (2006) quienes al estudiar la impedancia de un sistema hidráulico con un tubo Venturi, asocian el comportamiento colectivo de las burbujas con las presiones dinámicas de bajas frecuencias ( $<10^2$  Hz). En ese mismo año, Li *et al.* (2006) determinan que para un sistema hidrodinámico semejante al anterior, las fases del flujo tienen frecuencias propias que se acoplan mediante la velocidad de flujo. En años posteriores, Zuo *et al.* (2009) demuestra además que las oscilaciones volumétricas de un conglomerado de burbujas en un Venturi tienen las mismas frecuencias que las oscilaciones de presión. Siguiendo los trabajos anteriores Cruz & Navarrete (2016) demuestran teóricamente que la frecuencia de oscilación de los conglomerados de burbujas es una función de las características de su población, la geometría del tubo Venturi y la fracción volumétrica de gas y vapor disuelta.

Debido a lo anterior, en este trabajo se estudia en forma teórica y experimental el flujo cavitante a través de un tubo Venturi. Se aplica un enfoque matemático en parámetros concentrados, partiendo de las ecuaciones de conservación de flujos (masa y momento) junto con las analogías eléctrica e hidráulica. Así se establecen los coeficientes locales de capacitancia, inductancia y frecuencia. Este último coeficiente es dependiente tanto de la geometría del tubo Venturi como del número de cavitación, Mach y la fracción volumétrica de la fase gaseosa. Experimentalmente se observa la dismi-

nución del contenido espectral, que se determina teóricamente, al incrementar el caudal y así el número de Mach y la fracción volumétrica de la fase gaseosa.

**MODELO TEÓRICO**

Es factible modelar un sistema dinámico mediante parámetros concentrados cuando la dependencia espacial de las variables no se considera, es decir, cuando un cambio en las variables es igual y simultáneo en todo el volumen de estudio (Benson & Benson, 1991). Se considera un flujo estacionario bifásico, homogéneo, unidimensional y barotrópico con una fase líquida newtoniana y una mezcla ideal de vapor y gas, denominada desde ahora como fase gaseosa. Además, no existe transferencia de calor y masa entre las fases. El flujo pasa a través de un tubo Venturi con la geometría mostrada en la Figura 1.

Como sabemos, todo sistema se modela mediante estados a partir de las ecuaciones que rigen su dinámica. Dos estados son fundamentales en el análisis de los sistemas dinámicos, concentración y disipación de energía. Para modelar estos estados, se usan los coeficientes capacitivo *C*, inductivo *L* y resistivo *R*, así como las principales variables que constituyen una analogía

entre los sistemas eléctricos e hidráulicos. Donde la intensidad de corriente *i* es análoga con el flujo másico *ṁ* y la diferencia de voltaje  $\Delta v$  con la diferencia de presión  $\Delta P$ . La Tabla 1 muestra la comparativa entre las expresiones de los sistemas eléctrico e hidrodinámico.

Los factores geométricos del volumen de control y las propiedades del flujo están contenidos en los coeficientes *C*, *L* y *R*. El coeficiente capacitivo *C* se asocia al cambio volumétrico de las fases, el inductivo *L* a la caída de presión que acelera el flujo y el resistivo *R* al amortiguamiento generado por la viscosidad del flujo.

**COEFICIENTE CAPACITIVO**

Se aplica la siguiente ecuación de continuidad bifásica para flujos confinados (Brennen, 2005)

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = -A_x \frac{\partial}{\partial t} [\rho_l(1-\alpha) + \alpha \rho_g] \tag{1}$$

donde *t*, *x*, *ṁ*,  $\rho_l$ ,  $\rho_g$ , *A<sub>x</sub>*,  $\alpha$  son el tiempo, la coordenada longitudinal, flujo másico, densidad del líquido, densidad de la fase gaseosa, área transversal del tubo Venturi y la fracción volumétrica de la fase gaseosa,

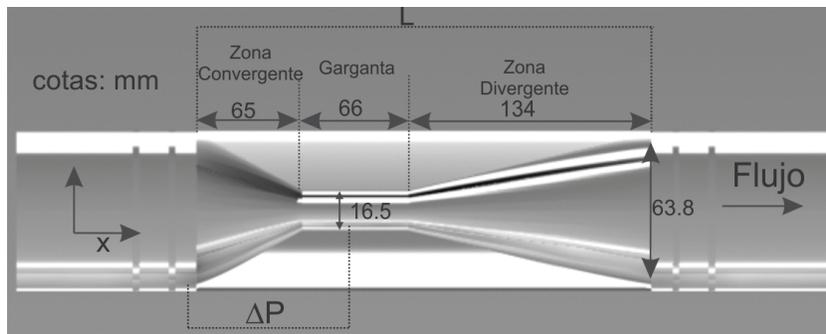


Figura 1. Esquema del tubo Venturi modelado

Tabla 1. Analogía entre sistemas eléctricos e hidrodinámicos, donde *C*, *L*, *R*, *i*,  $\Delta P$ ,  $\Delta v$ , *ṁ*, *t* son los coeficientes de capacitancia, inductancia y resistencia, así como la intensidad de corriente, diferencia de presión, diferencia de voltaje, flujo másico y tiempo, respectivamente

Sistema Eléctrico	Sistema Hidráulico
$i = C \frac{d\Delta v}{dt}$	$\dot{m} = C \frac{d\Delta P}{dt}$
$\Delta v = L \frac{di}{dt}$	$\Delta P = L \frac{d\dot{m}}{dt}$
$i = \frac{\Delta v}{R}$	$\dot{m} = \frac{\Delta P}{R}$

respectivamente. Considerando que los cambios en la densidad del líquido y gas son debidos principalmente a la presión y considerando además que  $\rho_l \gg \rho_g$ , se establece la siguiente expresión

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial x} \approx A_x \left[ (\alpha - 1) \frac{\partial \rho_l}{\partial P} + \rho_l \frac{\partial \alpha}{\partial P} \alpha \rho_g \right] \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2)$$

Note que en la Ecuación (2) el término  $\partial \rho_l / \partial P = a_l^{-2}$  es la definición termodinámica de la velocidad del sonido en el líquido. Aplicando la siguiente ecuación establecida por Cruz & Navarrete (2016) para determinar el cambio en la fracción volumétrica de la mezcla gaseosa debido a la variación en presión

$$\frac{\partial \alpha}{\partial P} = \frac{-\alpha}{P\gamma} \quad (3)$$

donde  $\alpha$ ,  $P$  y  $\gamma$  son la fracción volumétrica de la fase gaseosa, la presión local y el índice politrópico del gas, respectivamente. Sustituyendo la Ecuación (3) y la velocidad del sonido en el líquido en la Ecuación (2) e integrando, respecto de  $x$ , se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{m} = -\int A_x \partial x \left[ (1 - \alpha) \frac{1}{a_l^2} + \frac{\rho_l \alpha}{\Delta P \gamma} \right] \frac{\partial P}{\partial t} \quad (4)$$

La ecuación anterior es válida cuando los cambios de presión como una función del tiempo son predominantes. Esta condición se logra cuando la generación de ondas de presión se suma a la caída de presión permanente ocasionada por los factores geométricos.

Dado que  $a_l^{-2} \rightarrow 0$  a la Ecuación (4) se simplifica como

$$\dot{m} \approx -\int A_x \partial x \left[ \frac{\rho_l \alpha}{\Delta P \gamma} \right] \frac{\partial P}{\partial t} \quad (5)$$

donde la caída de presión  $\Delta P = P - P_v$  se establece considerando la presión de vapor del líquido  $P_v$  y una presión local  $P$  en el tubo Venturi. Esta consideración nos permite determinar un parámetro concentrado local para determinar propiedades del flujo en una posición específica del tubo Venturi.

Multiplicando y dividiendo la Ecuación (5) por el cuadrado de la velocidad media del flujo  $\bar{u}^2$  y por el cuadrado de la velocidad del sonido en el flujo  $a^2$ , la Ecuación (5) se reescribe como

$$C \approx -\int A_x \partial x \left[ \frac{2\alpha M}{\sigma \gamma a^2} \right] \quad (6)$$

donde  $\sigma$  y  $M$  son el número de cavitación y Mach, respectivamente.

#### COEFICIENTE INDUCTIVO

Se usa la siguiente ecuación de movimiento para flujos sin fricción (Brennen, 2005)

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{1}{A_x} \frac{d\dot{m}}{dt} - \frac{1}{A_x} \frac{\partial u}{\partial x} \dot{m} \quad (7)$$

donde  $P$ ,  $x$ ,  $u$ ,  $\dot{m}$ ,  $t$ ,  $A_x$  son la presión local, coordenada longitudinal, velocidad local del flujo, flujo másico, tiempo y el área transversal del tubo. En la Ecuación (7) las fuerzas de superficie no son consideradas, ya que representan el coeficiente resistivo dado por esfuerzos viscosos. El primer término de la derecha expresa el coeficiente inductivo, mostrado en la Ecuación (8) y que es de nuestro interés. El segundo término de la derecha, expresa también un coeficiente resistivo debido a los cambios de velocidad por la geometría Venturi.

$$L = -\int \frac{1}{A_x} \partial x \quad (8)$$

Note que el parámetro inductivo solo depende de los factores geométricos del tubo Venturi, de acuerdo con las consideraciones.

#### COEFICIENTE DE FRECUENCIA

Se determina a partir de la expresión de frecuencia de un sistema de segundo orden, por su capacidad de emitir y amortiguar frecuencias (Ecuación (9)).

$$\omega^2 = \frac{1}{CL} \quad (9)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (6) y (8) en (9) se obtiene la siguiente expresión

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma \gamma a^2 \varepsilon}{2\alpha M}} \quad (10)$$

donde  $\varepsilon = (\int A_x dx)^{-1} (\int A_x^{-1} dx)^{-1}$  engloba los factores geométricos del tubo Venturi. Como la transferencia de calor y masa no son considerados en este modelo, entonces es factible utilizar la expresión barotrópica de *Ciro et al.* (2003) para relacionar la fracción volumétrica de la fase gaseosa y la velocidad de sonido en el flujo  $a$ , considerando que  $a_i^2 \rightarrow 0$ . Así la Ecuación (10) se reescribe como

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma \gamma \varepsilon}{2\alpha M} \left[ \frac{1}{a_s^2} \left[ \alpha^2 + \alpha(1-\alpha) \frac{\rho_l}{\rho_g} \right] \right]} \quad (11)$$

donde  $\rho_l$ ,  $a_s$ ,  $\rho_g$  son la densidad de la fase líquida, así como la velocidad del sonido en la fase gaseosa y la densidad de la fase gaseosa, respectivamente.

### ARREGLO EXPERIMENTAL

En la Figura 2, se esquematiza el circuito hidráulico a utilizar por el cual fluye agua sin ningún tratamiento previo. Cuenta con un tanque de refrigeración capaz de mantener una temperatura máxima de 33 °C en régimen de cavitación desarrollada, una bomba de 5 Hp controlada por un convertidor de frecuencia que asegura un ajuste de la tasa de flujo del líquido, una válvula de regulación de gasto, válvula de purga, dos válvulas de paso, un manómetro diferencial de mercurio y un tanque de almacenamiento 70 L. La tubería es de PVC (policloruro de vinilo) de 50.8 mm de diámetro, cédula 40 y 80, así bien, el tubo Venturi es manufacturado en

PMMA (Polimetacrilato de metilo). Para monitorear los cambios en frecuencia se aplica un golpe con un sensor de fuera, en caída libre, al tubo Venturi y las señales generadas son censadas con un transductor piezoeléctrico de 1 MHz de ancho de Banda. La temperatura se monitorea con un termopar tipo J en el tanque de almacenamiento. Finalmente la cámara de alta velocidad se programa para adquirir 49,000 cuadros por segundo del tubo Venturi.

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El presente modelo teórico se aplica entre la entrada de la zona convergente y garganta del tubo Venturi, ya que en estas zonas la presión del flujo puede caer hasta la presión de vapor del líquido y generar una mezcla bifásica (Figura 1). Este flujo cavitante se considera una mezcla de agua y vapor de agua a 25°C y sus propiedades físicas se muestran en la Tabla 2. Dos casos de estudio se consideran en la parte teórica:

- 1) Flujo cavitante subsónico a supersónico (Figura 3) y
- 2) Flujo con diversos números de cavitación desde una condición sónica a supersónica y con constante (Figuras 4 y 5).

Los datos de la caída de presión se adquieren entre la entrada de la zona convergente y garganta del tubo Venturi desde una condición subsónica y a diferentes temperaturas iniciales (Figuras 6 y 7).

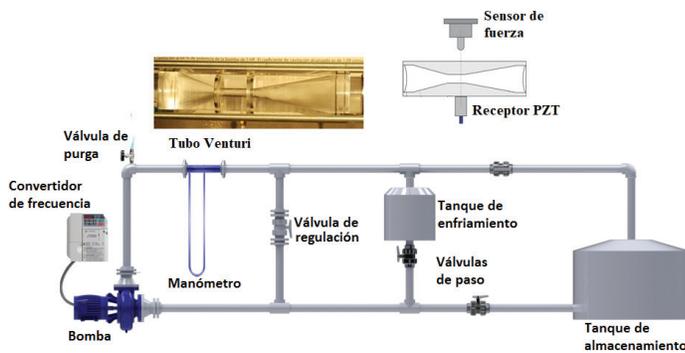


Figura 2. Representación esquemática del arreglo experimental

Tabla 2. Propiedades físicas del agua a 25 °C

Velocidad del sonido	1542 m/s
Densidad	989 kg/m <sup>3</sup>
Velocidad del sonido (vapor de agua)	443 m/s
Densidad de vapor	0.083 kg/m <sup>3</sup>
Índice politrópico	1.4

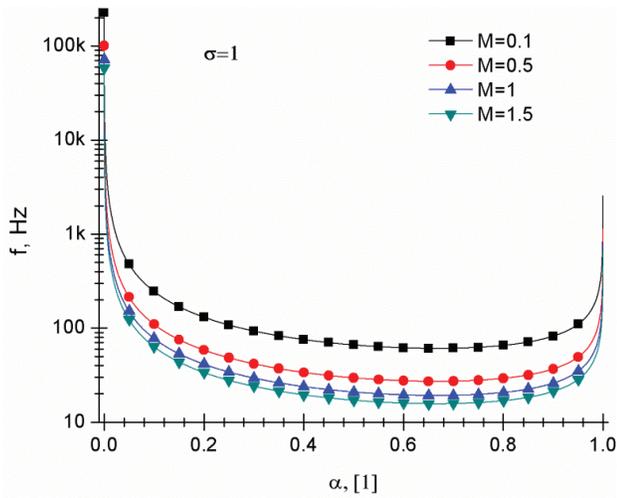


Figura 3. Comportamiento del coeficiente de frecuencia de un flujo cavitante en agua como una función de la fracción volumétrica de la fase gaseosa  $\alpha$  y el número de Mach  $M$ . Considerando un número de cavitación  $\sigma=1$

En la Figura 3 se observa que los flujos con una fracción volumétrica gaseosa cercana a cero transmiten ondas de presión con frecuencias tan altas como 10 KHz. Por el contrario, los flujos bifásicos transmiten ondas de presión con frecuencias inferiores a 1 KHz. Cuando el flujo es principalmente gaseoso la frecuencia se recupera. Además, al incrementar el número de Mach la magnitud del coeficiente de frecuencia disminuye. El valor mínimo de frecuencia se consigue al tener 60% de mezcla gaseosa en el flujo.

La Figura 4 muestra el comportamiento decreciente de la frecuencia al disminuir el número de cavitación. Este comportamiento se observa por Li *et al.* (2006) al estudiar la cavitación del Warwick Venturi. No obstante, tanto la Figura 4 como la Figura 3 sugieren además que

los números de cavitación y Mach establecen las frecuencias que serán amortiguadas en el flujo cavitante.

En la Figura 5 se despliega el comportamiento en frecuencia como una función del número de Mach, con 10% de fase gaseosa o  $\alpha = 0.01$ . Donde se observa que la frecuencia disminuye de forma exponencial cuando el flujo cambia de subsónico a supersónico. Debido a este comportamiento, el número de Mach es la principal variable que interviene en la atenuación de las ondas de presión.

En la Figura 6 se despliega la caída de presión entre la entrada de la zona convergente y la garganta del tubo Venturi (Figura 1), así como el incremento en la temperatura. Donde se observa que a bajos porcentajes de trabajo de la bomba hidráulica (<40%), se presenta un

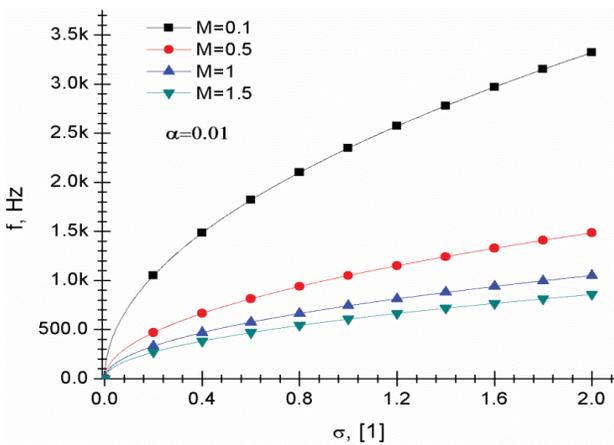


Figura 4. Comportamiento del coeficiente de frecuencia de un flujo cavitante de agua como una función del número de cavitación  $\sigma$  y del número de Mach  $M$ . Considerando una fracción volumétrica  $\alpha=0.01$ . Donde se observa que el incremento de  $M$  y el decremento de  $\sigma$  disminuyen la magnitud del coeficiente de frecuencia

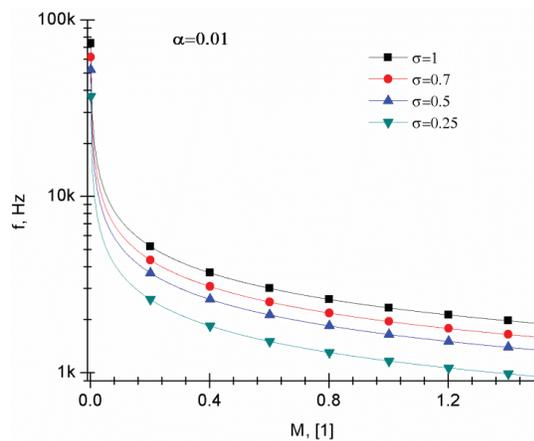


Figura 5. Comportamiento del coeficiente de frecuencia como una función del número de Mach con una fracción volumétrica de fase gaseosa constante  $\alpha$

comportamiento casi lineal con ligeras desviaciones estándar. Este comportamiento nos sugiere que sin importar la temperatura inicial del líquido, es factible estimar el caudal con el tubo Venturi a bajas velocidades de flujo. Al incrementar el porcentaje de trabajo de la bomba, de 40 a 50%, aumenta también la desviación estándar, ya que se generan variaciones de presión por los colapsos colectivos de burbujas. Un comportamiento similar se observa para porcentajes de trabajo mayores a 50%, por lo que, el comportamiento del tubo Venturi como controlador de gasto es dependiente también de la temperatura.

En la Figura 7 se muestran los espectros en frecuencias y espectrogramas de un golpe dado por el sensor de fuerza al tubo Venturi. Inicialmente se muestra la respuesta del sensor de fuerza y el piezoeléctrico de recepción encontrados, donde se observa una densidad espectral de hasta 60 kHz. Al montar el instrumento en el tubo Venturi y dar un golpe a 22% de trabajo de la bomba hidráulica, la magnitud y la frecuencia disminuyen considerablemente debido a la separación entre los transductores y a la fracción volumétrica gaseosa inicial. Al rededor de un 38% de trabajo de la bomba hidráulica, el contenido espectral disminuye, indicando que el número de Mach aumentó por el incremento de la velocidad del flujo. Finalmente, en un 53% de trabajo de la bomba hidráulica se amortiguan algunas frecuencias generadas por el golpe del sensor de fuerza y aparecen otras que no se observan en las condiciones anteriores. Un comportamiento similar se observa en un 56% de trabajo, pero las frecuencias que aparecen muestran mayor magnitud. Esto sugiere que se generan ondas de presión que se superponen con la señal del golpe y son detectadas por el transductor piezoeléctrico de recepción. Además, a mayor potencia suminis-

trada al flujo, mayor será la cantidad e intensidad de las ondas de presión generadas.

La Figura 8 muestra un ciclo del comportamiento dinámico del flujo bifásico, en la zona divergente, a 56% de la potencia de bombeo. La imagen: a) ilustra la fracción volumétrica gaseosa (una sola estructura) que llena toda la garganta y una parte de la zona divergente. En b) se muestra un zoom de la zona divergente y c) muestra una nube de burbujas que se separó de la única estructura de cavitación por una onda de presión que se generó. Esta nube de burbujas se mueve a través de la zona divergente hasta una posición donde colapsa emitiendo una segunda onda de presión (ver d)), que posiblemente en su origen haya sido una onda de choque (ver e)). Desde f) hasta i) se observa cómo la onda de presión se propaga en el flujo. De acuerdo con las imágenes adquiridas por Pavel *et al.* (2014), para un sistema similar al nuestro, se estableció que el régimen del flujo cavitante presente en el tubo Venturi es del tipo parcial. Esto nos permite determinar un intervalo de números de cavitación ( $0.2 < \sigma < 0.7$ ) en el cual este arreglo experimental está funcionando.

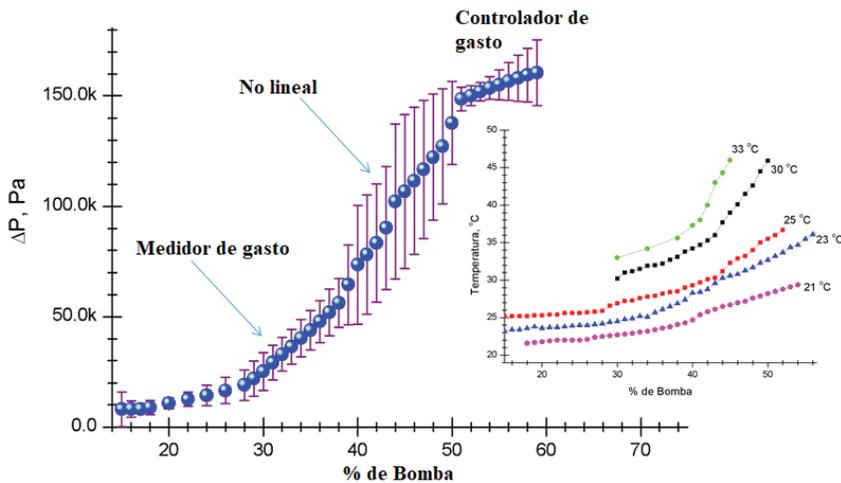


Figura 6. Comportamiento de la caída de presión y temperatura como una función del porcentaje de trabajo de la bomba hidráulica

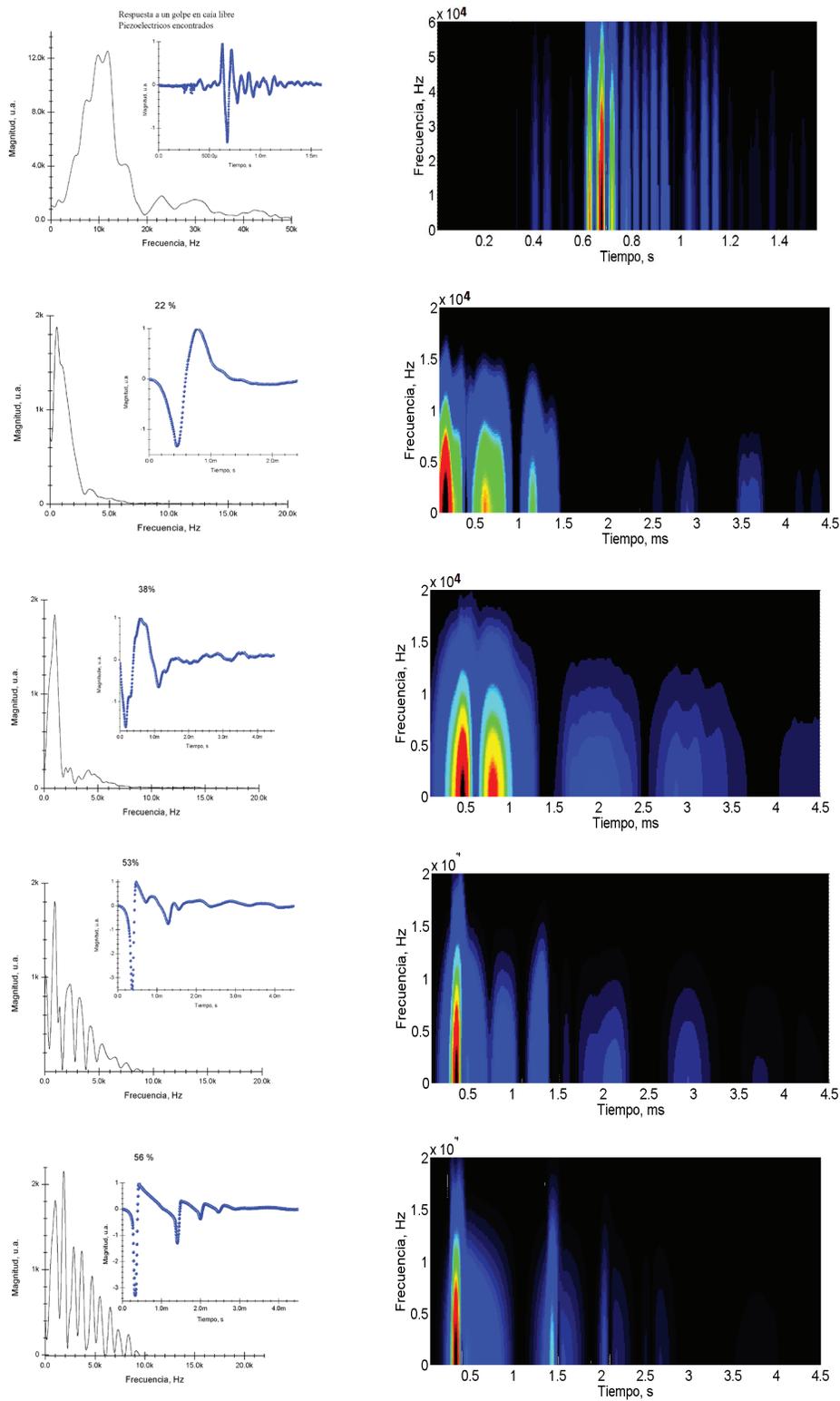


Figura 7. Análisis en tiempo y frecuencia de la respuesta generada por un sensor de fuerza en caída libre a un tubo Venturi cavitante. Las señales fueron adquiridas a diferentes porcentajes de trabajo de la bomba hidráulica y con una temperatura inicial de 33 °C. Donde u.a. significa unidades adimensionales

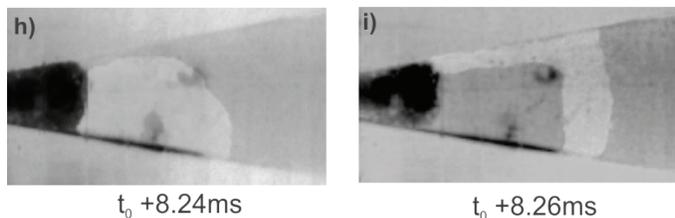
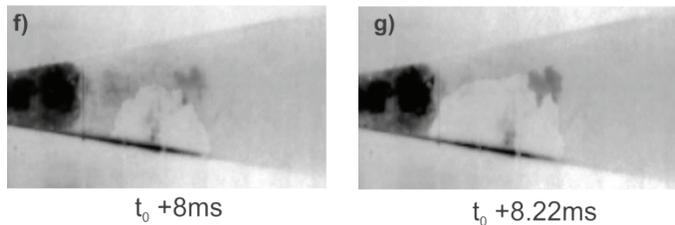
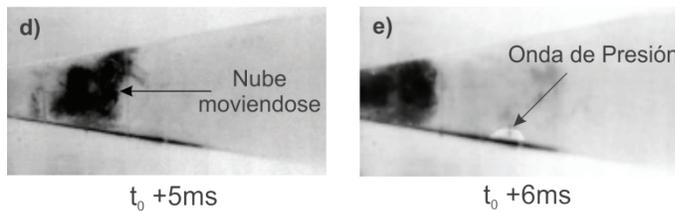
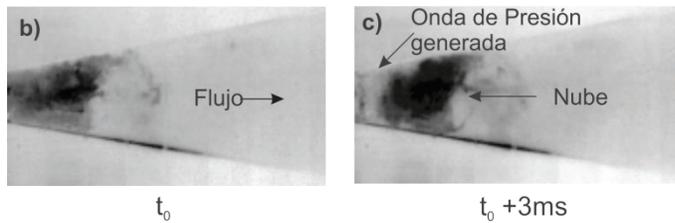
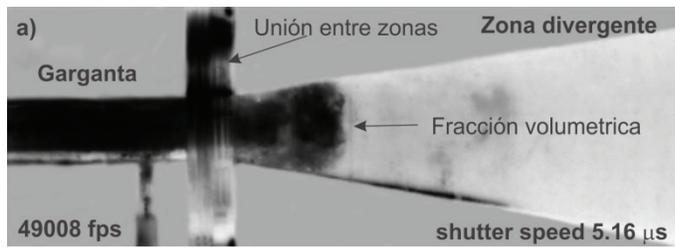


Figura 8. Comportamiento dinámico del flujo cavitante a 56% de la potencia de bombeo en la zona divergente. Este video fue tomado a 49000 cuadros por segundo

### CONCLUSIONES

Se establecieron los coeficientes locales de inductancia, capacitancia y frecuencia para flujos estacionarios bifásico, homogéneo y unidimensional. El coeficiente de frecuencia es dependiente de la geometría del tubo Venturi, la fracción volumétrica de la fase gaseosa, los números de Mach y cavitación. Debido a que la frecuencia depende de las variables anteriormente mencionadas, es factible utilizarlo en futuros trabajos para determinar la presencia y el régimen de cavitación. Con

base en el modelo establecido, se determinó que los flujos con un régimen de cavitación parcial amortiguan frecuencias superiores a 10 KHz. Así bien, es posible que cada régimen cavitante amortigüe un determinado intervalo de frecuencias, ya que las principales variables que activan esta condición son el número de Mach y cavitación. Experimentalmente se demostró el amortiguamiento de las frecuencias generadas por el golpe del sensor de fuerza en caída libre a diferentes porcentajes de trabajo de bombeo. Mediante la cámara de alta velocidad se demostró la generación de ondas de pre-

sión que nos indica que el flujo cavitante dejó de amortiguar ondas de presión y comenzó a generarlas. Este comportamiento de los flujos cavitantes como generadores de ondas de presión no es predicho por el modelo teórico y será tratado en futuros trabajos.

### NOMENCLATURA

$C$	Coefficiente capacitivo
$L$	Coefficiente inductivo
$R$	Coefficiente resistivo
$f$	Coefficiente de frecuencia
$i$	Intensidad de corriente
$\dot{m}$	Flujo másico
$\Delta v$	Diferencia de voltaje
$\Delta P$	Diferencia de presión
$P$	Presión local
$P_v$	Presión de vapor del líquido
$t$	Tiempo
$x$	Coordenada longitudinal
$\rho_l$	Densidad de la fase líquida
$\rho_g$	Densidad de la fase gaseosa
$\alpha$	Fracción volumétrica de la fase gaseosa
$A_x$	Área transversal del tubo Venturi
$a$	Velocidad del sonido en la mezcla
$a_l$	Velocidad del sonido en la fase líquida
$a_g$	Velocidad del sonido en la fase gaseosa
$\gamma$	Índice politrópico de la fase gaseosa
$\sigma$	Número de cavitación
$M$	Número de Mach
$\bar{u}$	Velocidad media del flujo
$u$	Velocidad local del flujo
$\omega$	Frecuencia angular
$\varepsilon$	Factores geométricos del tubo Venturi

### AGRADECIMIENTOS

Investigación realizada gracias al Programa UNAM-DGAPA-PAPIIT proyectos: IN106515 “Estudios de los fenómenos físicos y químicos en la emisión de frentes de choque”. IN112515 “Estudio de la dinámica de microcápsulas bajo la acción de campos acústicos”. IN105117 “Erosión por cavitación óptica, ultrasónica e hidrodinámica”.

### REFERENCIAS

Ashok, K.S., Mahesh, M.A., Huiying, L., Jiang, Y. (2002). Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *Journal of Fluids Engineering ASME*, 617-624, <https://doi.org/10.1115/1.1486223>

Benson, F.A. y Benson, T.M. (1991). *Fields, waves and transmission lines*. Netherlands: Springer Netherlands. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/978-94-011-2382-2>

Brennen, C. (1978). Bubbly flow model for the dynamic characteristics of cavitating pumps. *Journal of Fluid Mechanics*, 223-240 <https://doi.org/10.1017/S002211207800258X>

Brennen, C. (1995). *Cavitation and Bubble Dynamics*. New York: Oxford University Press, Inc.

Brennen, C. (2005). *Fundamentals of Multiphase flow*. UK: Cambridge University Press.

Brennen, C. (2007). Multifrequency Instability of Cavitating Inducers. *Journal of Fluids Engineering ASME*, 731-736, <https://doi.org/10.1115/1.2734238>

Brennen, C. y Acosta, A. (1975). The dynamic performance of cavitating turbopumps. En *The Fifth Conference on Fluid Machinery*, Budapest: A Caltech Library Service, 121-135.

Brennen, C. y Acosta, A. (1973). Theoretical quasi static analysis of cavitation compliance in turbopumps. *J. Spacecraft and Rockets*, 175-180, <https://doi.org/10.2514/3.27748>

Brennen, C. y Acosta, A. (1976). The dynamic transfer function for a cavitating inducer. *Journal of Fluids Engineering*, 182-191, <https://doi.org/10.1115/1.3448255>

Ciro, P., Vito, S., Alessandro, C. (2003). Effects of speed of sound variation on unsteady cavitating flow by using a barotropic model. En *Fifth International Symposium on Cavitation CAV2003*, Osaka, Japón, 1-9.

Cruz, S. y Navarrete, M. (2016). Tubo Venturi en condiciones cavitantes: modelo en parámetros concentrados. En *XXXI SOMI Congreso Internacional de Instrumentación*, Guatemala: Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico/ UNAM, 1-9.

D'Souza, A.F. y Oldenburger, R. (1964). Dynamic response of fluid lines. *Journal of Basic Engineering ASME*, 589-598, <https://doi.org/10.1115/1.3653180>

Donghyuk, K. y Kazuhiko, Y. (2014). Analytical study of cavitation surge in a hydraulic system. *J. Fluids Eng.*, 011031-10110310, <https://doi.org/10.1115/1.4027220>

Franc, J.P. y Jean, M.M. (2005). *Fundamentals of cavitation*. USA: Springer Science+Business Media, Inc. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/1-4020-2233-6>

Gaston, M.J., Reizen, J.A., Evans, G.M. (2001). Modelling of bubble dynamics in a venturi flow. *Chemical Engineering Science*, 6427-6435, [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(01\)00294-9](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(01)00294-9)

Gnanaskandan, A. y Mahesh, K. (2015). A numerical method to simulate turbulent cavitating flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 22-34, <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2014.11.009>

Goncaves, J.A., Fernández-Alonso, D., Martins-Costa, M.A., Azopardi, B.J., Coury, J.R. (2001). Evaluation of the models available for the prediction of pressure drop in venturi scrubbers. *Journal of Hazardous Materials*, 123-140, [https://doi.org/10.1016/S0304-3894\(00\)00336-8](https://doi.org/10.1016/S0304-3894(00)00336-8)

- Junjie, Z., Andrea, V., Bernhard, M. (2013). A novel approach for the prediction of dynamic features of air release and absorption in hydraulic oils. *Journal of Fluids Engineering ASME*, 091305, <https://doi.org/10.1115/1.4024864>
- Kamil, U. y Zbigniew, Z. (2015). Improved lumping friction model for liquid pipe flow. *Journal of Theoretical*, 295-305, <https://doi.org/10.15632/jtam-pl.53.2.295>
- Kyuichi, Y., Toru, T., Judy, L., Teruyuki, K., Atsuya, T., Yasuo, I. (2010). Numerical simulations of acoustic cavitation noise with the temporal fluctuation in the number of bubbles. *Ultrasonics Sonochemistry*, 460-472, <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2009.08.014>
- Longuet, H. y Michael, S. (1989). Monopole emission of sound by asymmetric bubble oscillations. Part 1. Normal modes. *Journal of Fluid Mechanics*, 525-541, <https://doi.org/10.1017/S0022112089001035>
- Longuet, H. y Michael, S. (1989). Monopole emission of sound by asymmetric bubble oscillations. Part 2. An initial-value problem. *Journal of Fluid Mechanics*, 543-565, <https://doi.org/10.1017/S0022112089001047>
- Louis, A.P. (1940). The matrix theory of four-terminal networks. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 370-395. <https://doi.org/10.1080/14786444008520727>
- Pavel, R., Martin, H., Milan, G., Štefan D. (2014). Characterization of the cavitating flow in converging-diverging nozzle based on experimental investigations. En *The European Physical Journal Conferences* 02101-1 02101-6. Experimental Fluid Mechanics. Recuperado de <https://doi.org/10.1051/epjconf/20146702101>
- Plesset, M. S. y Prosperetti, A. (1977). Bubble dynamics and cavitation. *Annual Review*, 145-185, <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.09.010177.001045>
- Li, S.C., Wu, Y., Dai, J., Zuo, Z., Li, S. (2006). Cavitation resonance: The phenomenon and unknown 1 2. *Journal of Hydrodynamics*, 356-362, [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(06\)60078-4](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(06)60078-4)
- Shihua, Y., Junjie, Z., Jibin, H. (2015). A lumped element method for modeling the two-phase choking flow through hydraulic orifices. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 355-361, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.10.045>
- Yamamoto, K. y Tsujimoto, Y. (2009). Backflow vortex cavitation and its effects on cavitation instabilities. *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, 40-54, <https://doi.org/10.5293/IJFMS.2009.2.1.040>
- Zuo, Z.G., Li, S., Carpenter, P.W., Li, S. (2006). Cavitation resonance on warwick venturi. CAV2006. Netherlands.
- Zuo, Z., Li, S., Liu, S., Lis, H., Chen, H. (2009). An attribution of cavitation resonance: volumetric oscillations of cloud. *Journal of Hydrodynamics*, 152-158, [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(08\)60132-8](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(08)60132-8)