



## Incrementando la flexibilidad del diseño del compensador de filtro comb mediante optimización de enjambre de partículas

### Increasing the flexibility of comb compensator design using particle swarm optimization

Salguero-Luna Sergio Alberto

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, México

Departamento de Electrónica

Correo: [salguero@inaoep.mx](mailto:salguero@inaoep.mx)

<https://orcid.org/0000-0002-5837-9493>

Jovanovic-Dolecek Gordana

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, México

Departamento de Electrónica

Correo: [gordana@ieee.org](mailto:gordana@ieee.org)

<https://orcid.org/0000-0003-1258-5176>

#### Resumen

El filtro comb es el filtro de decimación más simple que tienen todos los coeficientes iguales a la unidad, y en consecuencia, no requiere multiplicadores. Sin embargo, el filtro comb tiene una caída en la banda de paso que podría deteriorar la señal decimada y debería ser compensada por el filtro denominado compensador de filtro comb. Este artículo presenta el diseño del compensador de filtro comb de banda ancha sin multiplicadores, con la respuesta en magnitud sintetizada de dos funciones sinusoidales. Las amplitudes de las funciones sinusoidales determinan el desempeño del compensador. Primero, se aplica la Optimización de Enjambre de Partículas (PSO, por sus iniciales en inglés) para obtener los valores óptimos de las amplitudes de las funciones sinusoidales variando el número de filtros comb conectados en cascada  $K$ , de uno a seis. Los valores obtenidos son prácticamente independientes del factor de decimación  $M$ , para  $M > 10$ . Los valores óptimos obtenidos dan como resultado un mínimo del máximo valor absoluto de la desviación en la banda de paso del filtro comb compensado. Después, las amplitudes de las funciones sinusoidales se representan como suma de potencias de dos, variando el número de sumas de 0 a 6, lo que resulta en un número total de sumadores del compensador que varía de 9 a 15. Los valores absolutos resultantes de la máxima desviación en la banda de paso se aproximan a los obtenidos mediante PSO, para el número máximo de sumadores de 15. Las comparaciones con los métodos de la literatura muestran el beneficio del método propuesto.

**Descriptores:** Decimación, filtro de decimación, filtro comb, caída en la banda de paso, compensador sin multiplicadores, PSO, SPT.

#### Abstract

Comb filter is the simplest decimation filter which has all coefficients equal to unity and consequently does not require multipliers. However, comb filter has a passband droop which may deteriorate the decimated signal and should be compensated by the filter called comb compensator. This paper presents the design of multiplierless wideband comb compensator with the magnitude response synthesized of two sinusoidal functions. The magnitudes of sinusoidal functions determine the performance of the compensator. First, the Particle Swarm Optimization (PSO) is applied to obtain the optimum values of the magnitudes of sinusoidal functions changing the number of cascaded combs  $K$ , from one to six. The obtained values are practically independent of the decimation factor  $M$ , for  $M > 10$ . The obtained optimum values result in a minimum absolute maximum value of the passband deviation of the compensated comb. Next, the magnitudes of sinusoidal functions are represented as sum of powers of two varying the number of sums from 0 to 6, resulting in a total number of compensator adders varying from 9 to 15. The resulting absolute values of the maximum passband deviation approach those obtained in PSO, for the maximum number of adders of 15. The comparisons with methods from literature show benefit of the proposed method.

**Keywords:** Decimation, decimation filter, comb filter, passband droop, multiplierless compensator, PSO, SPT.

## INTRODUCCIÓN

El proceso de disminuir la tasa de muestreo en el dominio digital se conoce como decimación. Decimación tiene aplicaciones en comunicaciones, convertidores analógicos digitales Sigma-Delta, entre otros (Jovanovic, 2018). Debido a que el proceso de disminuir la tasa de muestreo puede resultar en aliasing para el caso en que el espectro de señal no es limitado, se necesita un filtro para limitar el espectro de la señal de entrada. Entonces, este proceso se encuentra integrado por dos etapas; la primera de ellas corresponde al filtrado, en donde interviene un filtro pasabajas denominado filtro anti-aliasing o de decimación. En la segunda etapa se lleva a cabo el downsampling, operación que consiste en reducir la tasa de muestreo por un factor entero  $M$ .

## FILTRO COMB COMPENSADO

El filtro comb es el filtro de decimación más simple que existe, ya que todos sus coeficientes que lo conforman son uno. Por lo tanto, la función de transferencia del filtro comb está dada por:

$$H(z) = \left[ \frac{1 - z^{-M}}{M(1 - z^{-1})} \right]^K \quad (1)$$

Donde:

- $K$  = orden del filtro comb
- $M$  = factor de decimación
- $z$  = variable compleja

Orden del filtro  $K$  toma valores de 1 hasta 6 (Jovanovic, 2018).

La respuesta en magnitud del filtro comb se define a partir de (1) como:

$$|H(e^{j\omega})| = \left[ \frac{1 - \sin(\omega M/2)}{M \sin(\omega/2)} \right]^K \quad (2)$$

La respuesta en magnitud (2) debe ser plana en la banda de paso para evitar la distorsión de la señal que se decima. Sin embargo, el filtro comb posee una caída sobre esta región, que se incrementa con el aumento del orden del filtro comb, siendo necesario un filtro compensador denotado como  $G(z)$  para contrarrestarla. El filtro compensador trabaja a una baja tasa de muestreo, después de la decimación. Entonces, la función de

transferencia del filtro comb compensado está dada por:

$$H_c(Z) = H(z)G(z^M) \quad (3)$$

donde  $H(z)$  es la función de transferencia del filtro comb (1), mientras que  $G(z^M)$  es la función de transferencia del filtro compensador a una tasa alta de muestreo (antes de la decimación).

En este trabajo se considera un compensador de banda ancha, el cual compensa la caída de la respuesta en magnitud en la banda de paso del filtro comb limitada por la frecuencia:

$$\omega_p = \frac{\pi}{2M} \quad (4)$$

La respuesta en magnitud del filtro compensador debe aproximar la respuesta inversa del filtro comb (2) en la banda de paso definida por (4):

$$|G(e^{j\omega})| \approx \frac{1}{|H(e^{j\omega})|} \text{ para } 0 < \omega < \omega_p \quad (5)$$

## ESTADO DEL ARTE

Durante los últimos años, diferentes compensadores se han propuesto para disminuir la caída en la banda ancha de paso de filtros derivados del filtro comb y filtros comb.

Por ejemplo, un diseño de compensador de Filtro Comb Generalizado de segundo orden (GCF, por sus siglas en inglés), basado en la optimización  $L_1$ , se presenta en Fernández & Jovanovic (2011). Diseños de compensadores para filtro comb moldeado se presentaron en Molnar *et al.* (2016) y Dudarin *et al.* (2018).

En este trabajo se considera únicamente el diseño de compensadores para filtro comb. A continuación se presenta una revisión de métodos propuestos en la literatura.

En Jovanovic (2009) se presentó un compensador en donde su respuesta en magnitud está basada en una función cosenoidal, cuyos parámetros de diseño se determinan al recurrir a la técnica de minimización de una función error elevada al cuadrado. Autores como Fernández & Jovanovic (2012) proponen el diseño de filtros de segundo y cuarto orden para llevar a cabo compensaciones en banda estrecha y banda ancha, respectivamente, y con la respuesta en magnitud máximamente plana. Troncoso & Jovanovic (2013) proponen un compensador utilizando transformación

de amplitud de la respuesta en magnitud de forma cosenoidal.

Jovanovic & Fernández (2014) y Jovanovic *et al.* (2016) demostraron, que un compensador con la respuesta en magnitud dada por una función sinusoidal, puede aproximar bien la respuesta en magnitud inversa del filtro comb en la banda de paso, y de esta manera hacer una compensación de la caída de la respuesta en magnitud en la banda de paso del filtro comb. En el trabajo de Jovanovic & Fernández (2014) se propuso la respuesta en magnitud del compensador en forma de seno elevada al cuadrado, mientras que en Jovanovic *et al.* (2016) se presentó un compensador de dos etapas con las respuestas en magnitud en forma de seno elevada al cuadrado y elevada a la cuatro. Un compensador simple, que requiere únicamente de dos sumadores, cuya respuesta en magnitud está basada en una función sinusoidal, se propone en Troncoso *et al.* (2015). Sin embargo, el compensador no tiene una fase lineal.

Por otro lado, técnicas encargadas de minimizar la diferencia entre la máxima y la mínima amplitud en la banda de paso utilizando análisis de intervalos se presentaron en Dudarin *et al.* (2017) y Molnar *et al.* (2017). Adicionalmente, utilizando análisis de intervalos, se diseña un compensador en el cual la respuesta en magnitud está definida por una función sinusoidal (Salguero & Jovanovic, 2020).

Técnicas de moldeado se propusieron en Jovanovic & Harris (2009); Molnar *et al.* (2018).

Recientemente se propuso el uso del método Optimización de Enjambre de Partículas (PSO, por sus siglas en inglés), para evitar el error de truncamiento al convertir los parámetros de diseño del compensador en forma de coma flotante a suma de potencias de dos (SPT, por sus siglas en inglés) (Xu *et al.*, 2019). En este trabajo se presenta la flexibilidad de diseño con un trade-off entre el número de sumadores y el valor absoluto de la desviación en la banda de paso obtenida del filtro comb compensado.

#### MOTIVACIÓN Y OBJETIVO

Revisando los métodos propuestos en la literatura se pueden observar las siguientes características favorables del compensador del filtro comb:

- Considerando que el filtro comb es un filtro sin multiplicadores, se desea que también el compensador se maneje sin multiplicadores.
- Esto se puede lograr presentando los coeficientes del compensador como suma de potencia de dos

(SPT), lo cual se puede realizar con sumadores y desplazamientos.

- El diseño debe presentar un buen trade-off del número de sumadores y el máximo valor absoluto de la desviación en la banda de paso del filtro comb compensado.
- Los parámetros del compensador dependen únicamente del orden del filtro comb  $K$  y prácticamente no del factor de decimación  $M$ .
- Debe existir la flexibilidad de diseño que permite variar el número de sumadores.

Del vistazo de los métodos de diseño de compensadores existentes se puede observar lo siguiente:

- Existe un trade-off del número de sumadores y el máximo valor absoluto de la desviación en la banda de paso del filtro comb compensado.
- En general, no hay flexibilidad de diseño que permita variar el número de sumadores al precio de un controlado aumento del máximo valor absoluto de la desviación en banda de paso.
- Sin embargo, el método PSO presentado en Xu *et al.* (2019) muestra que con PSO se puede obtener la flexibilidad en el diseño de compensadores y se presentan los resultados variando el número de sumadores desde 7 hasta 23 y con su correspondiente máximo valor absoluto de la desviación, variando desde 0.0176 dB hasta 0.0684 dB.
- Por otro lado, en Jovanovic *et al.* (2016) se mostró que la respuesta en magnitud en la forma de seno elevada al cuadrado y elevada a la cuatro puede aproximar bien en la banda de paso y la respuesta del filtro comb inverso, si las amplitudes de las funciones seno son correctamente elegidas.

Tomando en cuenta estas observaciones, en este trabajo se introduce la flexibilidad en el diseño de compensadores con la respuesta en magnitud en forma de seno, elevada al cuadrado y elevada a la cuatro, variando el número de sumadores del compensador y utilizando el método PSO.

El objetivo es cumplir con todas las características favorables mencionadas de comb compensadores y obtener mejores resultados que los reportados en Xu *et al.* (2019).

El resto del contenido del artículo está organizado de la siguiente manera: En la siguiente sección se presenta una breve descripción del método PSO y compensador sintetizado con funciones sinusoidales. El método propuesto en este trabajo se presenta en la sección tres, asimismo, algunos ejemplos del uso del método se re-

suelven en la sección cuatro. Finalmente, se presenta la discusión de los resultados y comparaciones con los métodos en la literatura.

**MÉTODO PSO Y COMPENSADOR CON RESPUESTA EN MAGNITUD BASADA EN FUNCIONES SINUSOIDALES**

**MÉTODO PSO**

El método PSO se emplea para resolver problemas de optimización. El algoritmo da inicio al considerar un conjunto de soluciones aleatorias, el cual se representa por la posición inicial de una población. Cada miembro de la población recibe el nombre de partícula (Eberhart & Shi, 2001).

El proceso se basa en que las partículas evalúen la función objetivo del problema en su posición actual que ocupan dentro del espacio de búsqueda. Por lo tanto, el movimiento de las partículas depende de las posiciones propias anteriores  $P_p$ , las mejores posiciones encontradas por la población  $P_g$  y de algunas perturbaciones presentes en el espacio de búsqueda.

Las expresiones que describen la manera en que son manipuladas tanto la posición  $X_i$  como la velocidad  $V_i$  de la  $i$ -ésima partícula en la iteración  $t$  son (Eberhart & Shi, 2001):

$$X_i(t) = X_i(t - 1) + V_i(t) \tag{6}$$

$$V_i(t) = \omega V_i(t - 1) + c_1 r_{i1} [P_{i1}(t - 1) - X_i(t - 1)] + c_2 r_{i2} [P_g(t - 1) - X_i(t - 1)] \tag{7}$$

Donde:

- $\omega$  = peso de inercia
- $c_1$  y  $c_2$  = coeficientes de aceleración que regulan la atracción de las partículas hacia la mejor posición personal y la mejor posición global, respectivamente
- $r_1$  y  $r_2$  = par de números aleatorios en el intervalo  $[0,1]$ .

Más detalles se pueden encontrar en Eberhart & Shi (2001).

**COMPENSADOR CON RESPUESTA EN MAGNITUD BASADA EN FUNCIONES SINUSOIDALES**

Tomando los resultados de Jovanovic *et al.* (2016), la respuesta del compensador se muestra de la forma:

$$|G(e^{j\omega M})| = |G_1(e^{j\omega M}) G_2(e^{j\omega M})| =$$

$$= [1 + B_1 \sin^4(\omega M / 2)][1 + B_2 \sin^2(\omega M / 2)] \tag{8}$$

De esta manera, como se mostró en Jovanovic *et al.* (2016) el total número de sumadores del compensador  $N$  es:

$$N = 9 + N_{B1} + N_{B2} \tag{9}$$

donde  $N_{B1}$  y  $N_{B2}$  son los números de sumadores para presentar  $B_1$  y  $B_2$  en SPT, respectivamente.

En la siguiente sección se presenta la obtención de los valores óptimos de  $B_1$  y  $B_2$  en (8) utilizando el Método PSO y finalmente presentarlos en forma SPT para evitar los multiplicadores.

**MÉTODO PROPUESTO**

El método consiste en calcular los valores óptimos de  $B_1$  y  $B_2$  en (8) que minimicen el máximo valor absoluto de la desviación en la banda de paso, utilizando PSO y posteriormente presentarlos en forma SPT. Los parámetros iniciales del algoritmo son: el orden del filtro comb  $K$ , el factor de decimación  $M$ , los números de coeficientes  $N_{c1}$  y  $N_{c2}$  que componen  $B_1$  y  $B_2$ , respectivamente, y el número de bits de resolución  $L$ .

En la Figura 1 se observa el diagrama de bloques del filtro utilizado en el método desarrollado. El primero y tercer bloque corresponden a los filtros comb y compensador, respectivamente. La operación de downsampling se lleva a cabo durante el segundo bloque.

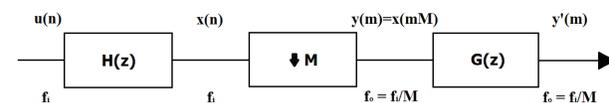


Figura 1. Diagrama de bloques del filtro comb compensado

Como podemos apreciar, la señal de entrada  $u(n)$  es procesada por el filtro comb, derivando en  $x(n)$ . Sin embargo, al aplicar downsampling la tasa de muestreo es disminuida por el factor de decimación  $M$ . Posteriormente, el filtro de compensación procesa la señal  $y(m)$ , dando lugar a  $y'(m)$ . En lo que respecta al dominio de la frecuencia, se considera una frecuencia de entrada  $f_i$ , la cual disminuye por  $M$  a lo largo del proceso, obteniendo una frecuencia de salida  $f_o$ .

El algoritmo tiene dos pasos como se presenta a continuación.

**Paso 1:** Se define (8) como la función a ser optimizada mediante PSO. Adicionalmente, se indican los límites inferior y superior para determinar el rango en el

que trabajará el método PSO. Las simulaciones se realizan en MATLAB utilizando la función de MATLAB *particleswarm.m*. En este caso, las partículas se representan por el conjunto de valores a partir de los cuales se calcularán  $B_1$  y  $B_2$ . Se varía el orden del filtro comb  $K$  de 1 a 6. Las simulaciones con diferentes valores de  $M$  muestran que los resultados obtenidos prácticamente no dependen de  $M$  si  $M > 10$ . Los resultados para  $M = 16, 20, 32$  y  $50$  se presentan en la Tabla 1.

En la Tabla 1 se puede observar que el máximo valor absoluto de la desviación en la banda de paso prácticamente no cambia con  $M$  para  $K = 1$  y  $2$ . Para valores de  $K = 3, 4, 5$  y  $K = 6$ , la variación es  $0.0001$  y  $0.0002$ , respectivamente.

Por tal razón, en el siguiente paso para presentar coeficientes  $B_1$  y  $B_2$  en forma de SPT se va a elegir el peor caso de la Tabla 1 presentado en negritas. De esta manera, se va a eliminar el parámetro  $M$  como un parámetro de diseño.

**Paso 2:** A partir de los valores óptimos de  $B_1$  y  $B_2$  que se observan en la Tabla 1 **en negritas**, se efectuó la exploración de posibles soluciones dentro del espacio de trabajo, conformado por los elementos  $[-2^0, -2^1, \dots, -2^{(L-1)},$

$\dots, -2^L, 0, 2^L, 2^{-(L-1)}, \dots, 2^{-1}, 2^0]$ , donde  $L$  es el número de bits de resolución, utilizando MATLAB. Para asegurar que el cambio de  $L$  no influya en la desviación en la banda de paso, se debe establecer  $L \geq 12$ . Aquí se utilizó  $L = 12$ . Terminada la búsqueda, se obtienen los coeficientes en forma SPT que integran a  $B_1$  y  $B_2$  con su correspondiente desviación en la banda de paso. Los resultados se presentan en la Tabla 2, donde  $K = 1, \dots, 6$ , varían el número de sumadores de 9 a 15 considerando una resolución en bits de  $L = 12$ . Por razones de comparación, en la última columna de la Tabla 2 se presentan en paréntesis los valores óptimos de la Tabla 1 correspondientes.

De (9) se puede ver que el mínimo número de sumadores  $N = 9$  se tiene cuando  $B_1$  y  $B_2$  no necesitan sumadores y se presentan como potencia de dos. Por otro lado, se eligió como máximo número de sumadores igual a 15 porque asegura que el máximo valor absoluto  $\delta$  es menor a  $0.0315$ .

Los resultados de la Tabla 2 dan una flexibilidad de diseño de compensadores para elegir el número de sumadores para dado valor de  $K$  dependiendo del permitido valor de  $\delta$ .

Tabla 1. Valores óptimos de  $B_1$  y  $B_2$ , y el máximo valor absoluto de la desviación en la banda de paso para  $K = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , con  $M = 16, 20, 32, 50$

K	M	$B_1$	$B_2$	Máximo valor absoluto de la desviación
				en la banda de paso (dB), $\delta_{opt}$
1	16	0.1132	0.1586	0.0033
	20	0.1134	0.1588	0.0033
	32	0.1136	0.1591	0.0033
	<b>50</b>	<b>0.1136</b>	<b>0.1592</b>	<b>0.0033</b>
2	16	0.2539	0.3164	0.0071
	20	0.2543	0.3168	0.0071
	32	0.2548	0.3173	0.0071
	<b>50</b>	<b>0.2549</b>	<b>0.3175</b>	<b>0.0071</b>
3	16	0.4216	0.4730	0.0115
	20	0.4223	0.4737	0.0115
	32	0.4231	0.4744	0.0116
	<b>50</b>	<b>0.4233</b>	<b>0.4747</b>	<b>0.0116</b>
4	16	0.6165	0.6282	0.0168
	20	0.6176	0.6291	0.0168
	32	0.6188	0.6301	0.0168
	<b>50</b>	<b>0.6192</b>	<b>0.6304</b>	<b>0.0169</b>
5	16	0.8397	0.7814	0.0232
	20	0.8413	0.7825	0.0232
	32	0.8431	0.7837	0.0233
	<b>50</b>	<b>0.8437</b>	<b>0.7841</b>	<b>0.0233</b>
6	16	1.0932	0.9318	0.0309
	20	1.1034	0.9297	0.0310
	32	1.0977	0.9345	0.0311
	<b>50</b>	<b>1.0986</b>	<b>0.9350</b>	<b>0.0311</b>

Tabla 2. Compensación para  $K = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , variando el número de sumadores

$K$	$N$	$B_1$	$B_2$	$\delta (\delta_{opt})$
1	9	$2^{-3}$	$2^{-3}$	0.1178 (0.0033)
	10	$2^{-3}$	$2^{-3} + 2^{-5}$	0.0103 (0.0033)
	11	$2^{-3} - 2^{-8}$	$2^{-3} + 2^{-5}$	0.0054 (0.0033)
	12	$2^{-3} - 2^{-7}$	$2^{-3} + 2^{-5} + 2^{-10}$	0.0049 (0.0033)
	13	$2^{-3} - 2^{-7} - 2^{-10}$	$2^{-3} + 2^{-5} + 2^{-9}$	0.0040 (0.0033)
	14	$2^{-3} - 2^{-7} - 2^{-9}$	$2^{-3} + 2^{-5} + 2^{-9} + 2^{-12}$	0.0038 (0.0033)
	15	$2^{-3} - 2^{-6} + 2^{-8} + 2^{-12}$	$2^{-3} + 2^{-5} + 2^{-8} - 2^{-10}$	0.0035 (0.0033)
2	9	$2^{-1}$	$2^{-2}$	0.2225 (0.0071)
	10	$2^{-2}$	$2^{-2} + 2^{-4}$	0.0358 (0.0071)
	11	$2^{-2}$	$2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-7}$	0.0096 (0.0071)
	12	$2^{-2} + 2^{-7}$	$2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-8}$	0.0078 (0.0071)
	13	$2^{-1} - 2^{-2} + 2^{-7}$	$2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-8}$	0.0078 (0.0071)
	14	$2^{-2} + 2^{-7} - 2^{-9}$	$2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-8} + 2^{-11}$	0.0076 (0.0071)
	15	$2^{-2} + 2^{-8} + 2^{-10} + 2^{-12}$	$2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-8} + 2^{-10}$	0.0072 (0.0071)
3	9	$2^0$	$2^{-2}$	0.2258 (0.0116)
	10	$2^{-1} - 2^{-3}$	$2^{-1}$	0.0277 (0.0116)
	11	$2^{-1} - 2^{-4}$	$2^{-1} - 2^{-5}$	0.0156 (0.0116)
	12	$2^{-1} - 2^{-4}$	$2^{-1} - 2^{-5} + 2^{-10}$	0.0151 (0.0116)
	13	$2^{-1} - 2^{-4} - 2^{-7}$	$2^{-1} - 2^{-5} + 2^{-8}$	0.0136 (0.0116)
	14	$2^{-1} - 2^{-4} - 2^{-6}$	$2^{-1} - 2^{-5} + 2^{-7} - 2^{-10}$	0.0123 (0.0116)
	15	$2^{-1} - 2^{-4} - 2^{-6} + 2^{-9}$	$2^{-1} - 2^{-5} + 2^{-7} - 2^{-9}$	0.0119 (0.0116)
4	9	$2^0$	$2^{-1}$	0.2293 (0.0169)
	10	$2^0 - 2^{-4}$	$2^{-1}$	0.1201 (0.0169)
	11	$2^{-1} + 2^{-3}$	$2^{-1} + 2^{-3}$	0.0238 (0.0169)
	12	$2^{-1} + 2^{-3}$	$2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-9}$	0.0195 (0.0169)
	13	$2^{-1} + 2^{-3} - 2^{-9}$	$2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-8}$	0.0178 (0.0169)
	14	$2^{-1} + 2^{-3} - 2^{-8}$	$2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-8} + 2^{-10}$	0.0176 (0.0169)
	15	$2^{-1} + 2^{-3} - 2^{-8} - 2^{-11}$	$2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-8} + 2^{-10}$	0.0172 (0.0169)
5	9	$2^{-1}$	$2^0$	0.2050 (0.0233)
	10	$2^0$	$2^0 - 2^{-2}$	0.1471 (0.0233)
	11	$2^0 - 2^{-4}$	$2^0 - 2^{-2}$	0.0509 (0.0233)
	12	$2^0 - 2^{-3}$	$2^0 - 2^{-2} + 2^{-6}$	0.0373 (0.0233)
	13	$2^0 - 2^{-3} - 2^{-5}$	$2^0 - 2^{-2} + 2^{-5}$	0.0319 (0.0233)
	14	$2^0 - 2^{-3} - 2^{-5} + 2^{-7}$	$2^0 - 2^{-2} + 2^{-5}$	0.0250 (0.0233)
	15	$2^0 - 2^{-3} - 2^{-5}$	$2^0 - 2^{-2} + 2^{-5} + 2^{-8} - 2^{-10}$	0.0236 (0.0233)
6	9	$2^0$	$2^0$	0.0832 (0.0311)
	10	$2^0$	$2^0 - 2^{-6}$	0.0555 (0.0311)
	11	$2^0 + 2^{-5}$	$2^0 - 2^{-5}$	0.0470 (0.0311)
	12	$2^0 + 2^{-3} - 2^{-5}$	$2^0 - 2^{-4}$	0.0320 (0.0311)
	13	$2^0 + 2^{-3} - 2^{-5}$	$2^0 - 2^{-3} + 2^{-4}$	0.0320 (0.0311)
	14	$2^0 + 2^{-3} - 2^{-5} + 2^{-8}$	$2^0 - 2^{-4} - 2^{-9}$	0.0315 (0.0311)
	15	$2^0 + 2^{-3} - 2^{-5} + 2^{-8}$	$2^0 - 2^{-4} - 2^{-8} + 2^{-9}$	0.0315 (0.0311)

En la Figura 2 se presentan los valores absolutos de error de desviación en la banda de paso para el número de sumadores de  $N = 9, \dots, 15$ , y  $K = 1, \dots, 6$ , donde el error se define como:

$$E = |\delta - \delta_{opt}| \tag{10}$$

Como se espera, el error (10) prácticamente disminuye con un incremento del número de sumadores.

EJEMPLOS

Los siguientes ejemplos ilustran el beneficio de este método.

**Ejemplo 1:** En este se muestra que los resultados de la Tabla 2 se pueden utilizar para diferentes valores de  $M$ , tomando  $M = 16$  y  $32$ , y  $K = 4$ , y un número de sumadores de 11.

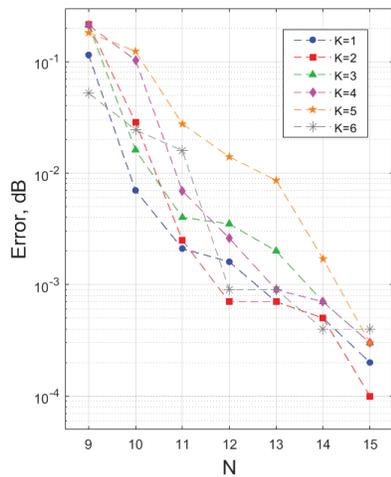
En los dos casos los valores de  $B_1$  y  $B_2$  de la Tabla 2 son  $2^{-1} + 2^{-3}$  para  $N = 11$ .

Las respuestas en magnitud (en total y con zoom en banda de paso) del filtro comb compensado y filtro comb, se presentan en las Figuras 3a y 3b, respectivamente.

Se puede observar que el compensador no afecta la atenuación en las bandas alrededor de los ceros del filtro comb a donde aparece aliasing.

El siguiente ejemplo muestra el diseño de compensador para el valor deseado de  $\delta$ , tomando los resultados de la Tabla 2.

**Ejemplo 2:** Se diseña un compensador para un valor de decimación de  $M = 25$  y  $K = 5$  para  $\delta$  que es menor de 0.03dB. De la Tabla 2 se elige  $N = 14$  y los valores de los coeficientes de  $B_1$  y  $B_2$  son  $2^0 - 2^{-3} - 2^{-5} + 2^{-7}$  y  $2^0 - 2^{-2} + 2^{-5}$ . Las respuestas en magnitud en banda de paso del filtro comb compensado y filtro comb se presentan en la Figura 4.



## RESULTADOS Y COMPARACIONES

La presente sección tiene como finalidad comparar el método propuesto con algunos métodos que han sido reportados en la literatura.

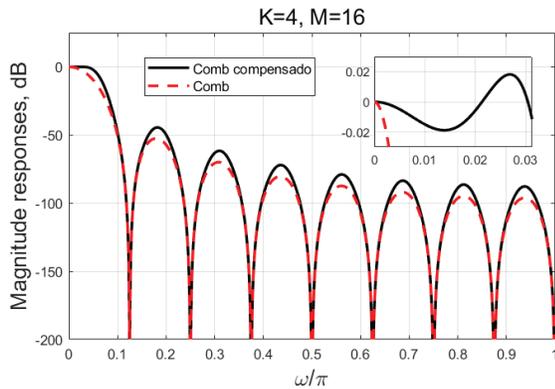
### COMPARACIÓN CON EL MÉTODO DE JOVANOVIC ET AL. (2016)

En el Método de Jovanovic *et al.* (2016) se propone para cada valor del parámetro del filtro comb  $K$  un fijo número de sumadores, los cuales se presentan en la segunda columna de la Tabla 3, con los correspondientes valores de  $\delta_p$  (dB), en la banda de paso. Así mismo, en la tercera columna se presentan los resultados del método propuesto de la Tabla 2, en los cuales se tiene una  $\delta_p$  (dB), menor que en dicho método.

Para  $K = 1, 2, 3$  y  $6$ , el algoritmo propuesto logró una mejor compensación a expensas de utilizar más sumadores. Sin embargo, para  $K = 4$  y  $5$ , el algoritmo pro-

Figura 2. Comparación entre los valores absolutos de error de la desviación en la banda de paso, de acuerdo con el número de sumadores empleados, variando  $K$  desde 1 hasta 6

a)  $M = 16, K = 4, N = 11$



b)  $M = 32, K = 4, N = 11$

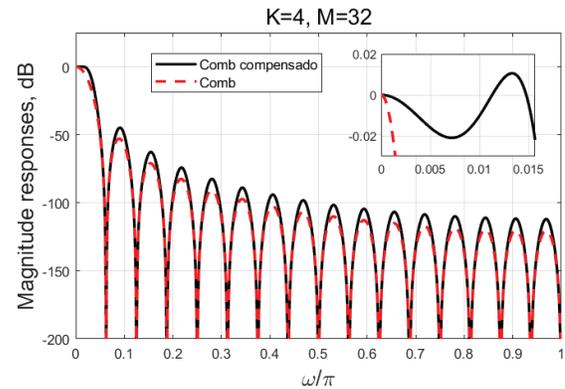


Figura 3. Respuestas en magnitud del filtro comb y comb compensado para  $M = 16$  y  $32$  y  $K = 4$  tomando  $N = 11$

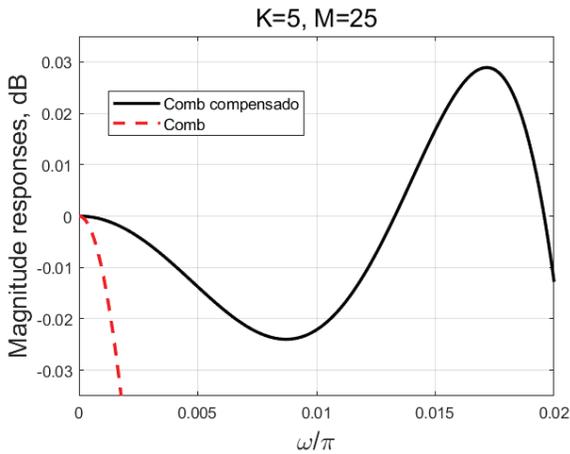


Figura 4. Respuestas en magnitud en la banda de paso del filtro comb y comb compensado para  $K = 5$  y  $M = 25$ , con  $\delta$  menor de 0.03dB

Tabla 3. Comparación entre el método desarrollado en Jovanovic *et al.* (2016) y el método propuesto

Método (Jovanovic <i>et al.</i> 2016) $\delta_p$			Método propuesto	
$K$	$N$	Absoluta desviación en la banda de paso, $\delta_p$ (dB)	$N$	Absoluta desviación en la banda de paso, $\delta_p$ (dB)
1	4	0.0630	11	0.0054
2	10	0.0321	11	0.0096
3	10	0.0397	11	0.0156
4	11	0.0499	11	0.0238
5	11	0.0658	11	0.0509
6	10	0.0554	11	0.0470

puesto obtiene una  $\delta_p$  (dB), en la banda de paso menor, empleando el mismo número de sumadores.

Los dos métodos son comparados en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 3:** Se considera  $M = 20$  y dos valores de  $K$ ,  $K = 3$  y  $6$ . En la primera comparación se toma  $K = 3$  y el mismo número de sumadores en los dos métodos,  $N = 10$ . En el método de comparación los valores de  $B_1$  y  $B_2$  para  $K = 3$  son  $2^{-1}$  y  $2^{-1} - 2^{-4}$ , respectivamente. Por otro lado, en el método propuesto, los valores de  $B_1$  y  $B_2$  para  $K = 3$  son  $2^{-1} - 2^{-3}$  y  $2^{-1}$ , respectivamente. La Figura 5a compara las respuestas en magnitud en la banda de paso de los dos métodos. Se puede observar que el método propuesto presenta mejor compensación, especialmente para las relativas frecuencias menores que 0.015. Además, tiene un menor valor de absoluta desviación en banda de paso.

En la segunda comparación con  $K = 6$ , en el método de comparación  $N=10$ , mientras en el método propuesto se eligió  $N = 12$ . Los valores de  $B_1$  y  $B_2$  están conformados por  $2^0$  y  $2^0 - 2^{-6}$ , respectivamente para el método de comparación y por,  $2^0 + 2^{-3} - 2^{-5}$  y  $2^0 - 2^{-4}$ , respectivamente, para el método propuesto. Las respuestas en

magnitud en la banda de paso de los dos métodos se presentan en Figura 5b. El método de comparación presenta mejor compensación para las relativas frecuencias menores que 0.013, mientras que el método propuesto tiene mejor compensación para las relativas frecuencias mayores que 0.013. Sin embargo, el método propuesto presenta menor valor de  $\delta_p$ .

#### COMPARACIÓN CON EL MÉTODO EN XU ET AL. (2019)

Los dos métodos están basados en PSO. En la Tabla 4 se muestra la comparación entre este compensador y el compensador propuesto en el trabajo, considerando diferentes valores de  $K$ . En todos los casos, el método propuesto logra obtener una mejor compensación, y además para  $K = 2, 3, 4$  y  $5$ , esto se consigue utilizando una cantidad menor de sumadores.

#### COMPARACIÓN CON EL COMPENSADOR EN DUDARIN ET AL. (2018)

En este método se utiliza la técnica de moldeado y el método de análisis de intervalos. La Tabla 5 presenta la

a)  $K = 3, M = 20$ , considerando  $N = 10$  para ambos métodos

b)  $K = 6, M = 20$ , siendo  $N = 12$  y  $N = 10$ , para el compensador propuesto y de comparación, respectivamente

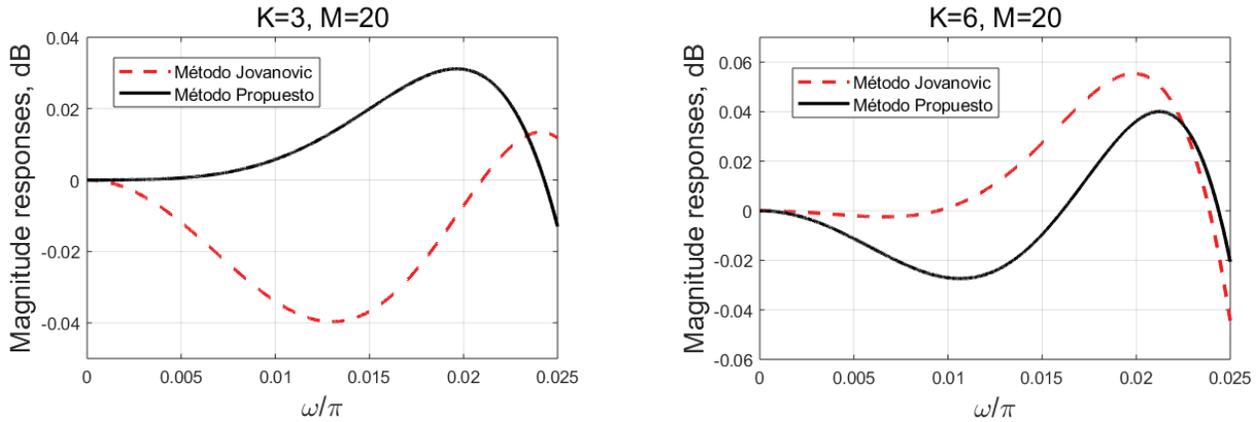


Figura 5. Comparación de las respuestas en magnitud del filtro comb compensado para  $M = 20$  con  $K = 3$  y  $6$

Tabla 4. Cuadro comparativo entre el método presentado en Xu et al. (2019) y el método propuesto

Método Xu et al. (2019)		Método propuesto		
$K$	$N$	Desviación en la banda de paso (dB)	$N$	Desviación en la banda de paso (dB)
1	7	0.0684	10	0.0103
2	21	0.0176	11	0.0096
3	19	0.0249	11	0.0156
4	21	0.0289	11	0.0238
5	23	0.0294	15	0.0236

Tabla 5. Comparación entre el compensador presentado en Dudarin et al. (2018) y el compensador propuesto

Método Dudarin et al. (2018), $\delta_p$			Método propuesto		
$K$	$p(x)$	$N$	Absoluta desviación en la banda de paso, $\delta_p$ (dB)	$N$	Absoluta desviación en la banda de paso, $\delta_p$ (dB)
4	$1 - 2^9x^2 + 2^{15}x^4$	3	0.0133	13	0.0178
	$-2^{-6}x^2 + x^4$	8	0.0238	13	0.0178
	$2^{-8}x^2 - 2^{-3}x^4 + x^6$	9	0.1141	9	0.0832
6	$-1 + 27(2^3x^2 - 2^8x^4 + 2^{11}x^6)$	9	0.0993	9	0.0832
	$2^{-10}x^2 - 2^{-4}x^4 + x^6$	9	0.0124	12	0.0320
	$-1 + 27(2^4x^2 - 2^{10}x^4 + 2^{14}x^6)$	9	0.0140	12	0.0320

comparación de los dos métodos respecto del número de sumadores y el valor absoluto de la desviación en la banda de paso, donde el grado del polinomio  $p(x)$  equivale al orden del filtro  $K$ .

Una mejor compensación se realiza por el compensador de comparación, cuando  $K = 4$  utilizando un menor número de sumadores que el método propuesto. Sin embargo, cuando  $p(x)$  es  $-2^{-6}x^2 + x^4$ , el método propuesto consigue una  $\delta_p$  (dB) menor a expensas de utilizar más sumadores. Por otro lado, en los casos en que  $K = 6$ , hay más paridad entre los resultados obtenidos

por los dos métodos. Por ejemplo, el método propuesto logra un valor absoluto de desviación en la banda de paso menor que el método de comparación implementando el mismo número de sumadores en dos de estos casos. Sin embargo, en el resto de los casos, es decir, cuando  $p(x)$  es  $2^{-10}x^2 - 2^{-4}x^4 + x^6$  o  $-1 + 27(2^3x^2 - 2^8x^4 + 2^{11}x^6)$ , el método de comparación brinda una mejor compensación.

Cabe mencionar que la desventaja del método de comparación es que utiliza únicamente los parámetros  $K = 4$  y  $6$ .

A continuación, se presenta un ejemplo para comparar las respuestas en magnitud en la región de la banda de paso.

**Ejemplo 4:** Se considera  $M = 32$  con  $K = 4$  y  $6$ . Siendo  $K = 4$ , de la Tabla 2 se toman valores  $B_1$  y  $B_2$  con  $N = 12$ . En cambio, los coeficientes en forma SPT involucrados en la estructura del compensador de comparación, utilizan  $N = 9$ . En la Figura 6a podemos apreciar la comparación entre las respuestas en magnitud en la banda de paso de los dos métodos. El método de comparación brinda una mejor compensación, el método propuesto tiene menor valor absoluto de desviación.

En la segunda comparación se considera  $K = 6$ . Se tomó  $N = 10$ , y correspondientes valores de  $B_1$  y  $B_2$  de la Tabla 2, mientras en el método de comparación  $N = 11$ . La comparación de las respuestas en magnitud en la banda de paso de ambos métodos se presenta en la Figura 6b, donde se confirma que el método propuesto brinda una mejor compensación especialmente para las relativas frecuencias menores que  $0.01$ . Además, el método propuesto logra un menor valor absoluto de desviación en la banda de paso, utilizando un sumador menos.

COMPARACIÓN CON EL COMPENSADOR EN DUDARIN *ET AL.* (2017)

En el método de Dudarin *et al.* (2017)  $N$  únicamente puede tener los valores de  $2, 4$  y  $6$ . De esta manera, este método siempre tiene un menor número de sumadores que el método propuesto.

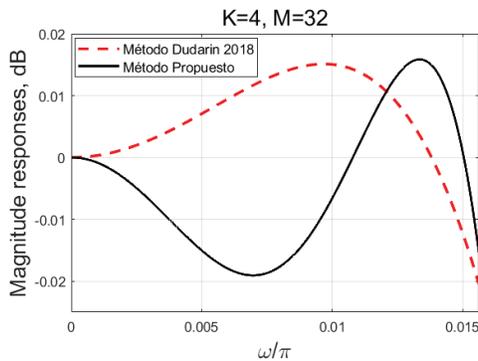
En la Tabla 6 se muestra la comparación entre el método propuesto, empleando  $10$  sumadores, y el método presentado en Dudarin *et al.* (2017) utilizando  $6$  sumadores. Como podemos apreciar, en todos los casos el método propuesto muestra una desviación en la banda de paso menor a cambio de utilizar más sumadores.

En el siguiente ejemplo se comparan las respuestas en magnitud de los dos métodos.

**Ejemplo 5:** Los valores de los parámetros son:  $M = 50$  con  $K = 3$  y  $5$ . En los dos casos a presentar,  $N = 6$  y  $11$  para el método de comparación y el método propuesto, respectivamente.

En la Figura 7a se observa la comparación de las respuestas en magnitud en la banda de paso de ambos métodos. Los resultados son similares para frecuencias relativas menores a  $0.003$ . Sin embargo, para frecuen-

a)  $K = 4, M = 32$ , tomando en cuenta que  $N = 12$  para el método propuesto, mientras que  $N = 9$  para el método con el que se compara



b)  $K = 6, M = 32$ , con  $N = 10$  para el compensador propuesto. Por el contrario,  $N = 11$  para el compensador de comparación

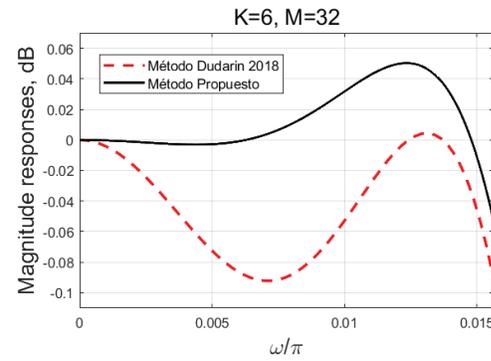


Figura 6. Comparación de las respuestas en magnitud del filtro comb compensado para  $M = 32$  con  $K = 4$  y  $6$

Tabla 6. Cuadro comparativo entre el compensador mostrado en Dudarin *et al.* (2017) y el compensador propuesto

Método Dudarin <i>et al.</i> (2017)		Método propuesto		
$K$	$N$	Desviación en la banda de paso (dB)	$N$	Desviación en la banda de paso (dB)
1	6	0.0424	10	0.0103
2	6	0.0539	10	0.0358
3	6	0.1018	10	0.0277
4	6	0.2519	10	0.1201
5	6	0.1818	10	0.1471
6	6	0.1713	10	0.0555

cias relativas mayores a dicho valor, el método propuesto brinda una mejor compensación.

La Figura 7b nos presenta la comparación de las respuestas en magnitud en la banda de paso de los dos métodos, para  $K = 5$ . Para frecuencias relativas menores a 0.002, se observan resultados muy parecidos entre sí por ambos métodos. Sin embargo, el método propuesto logra un menor valor absoluto de desviación en la banda de paso.

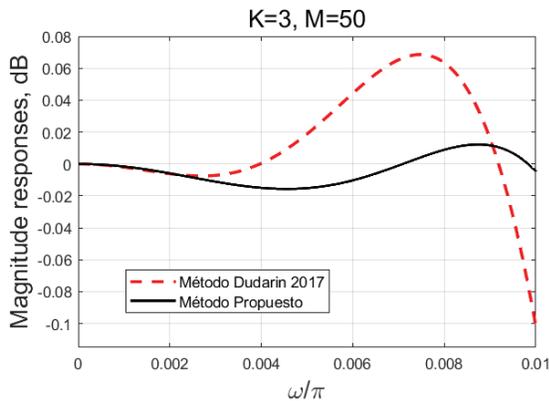
Finalmente, en la Tabla 7 se muestra un resumen de las principales características de los métodos que se han presentado a lo largo de este artículo. Como podemos apreciar, la complejidad de estos métodos es baja, a excepción del método desarrollado en Dudarin *et al.* (2018), el cual utiliza la técnica de moldeo, que es eficiente para mejorar tanto las características en banda de paso como en banda de rechazo. Sin embargo, su complejidad es mayor, debido a que en lugar de un filtro comb, implementa una estructura definida por un polinomio que depende de la respuesta en magnitud del filtro comb.

En general, los artículos comparados en este trabajo proporcionan los coeficientes que posee el filtro. No obstante, en Xu *et al.* (2019) se observa el número de sumadores requeridos y la desviación en la banda de paso obtenida, pero no se indican los valores de estos coeficientes.

Por último, se compara la mínima desviación en banda de paso y el máximo número de sumadores. Consecuentemente, el método propuesto logra la menor desviación mínima. Por otro lado, el compensador en Xu *et al.* (2019) requiere de la mayor cantidad de sumadores para su implementación.

La Tabla 7 nos confirma que los métodos Jovanovic *et al.* (2016) y Dudarin *et al.* (2017) no necesitan una cantidad tan elevada de sumadores para su funcionamiento, sin embargo, de acuerdo con la desviación en la banda de paso proporcionada, su rendimiento es menor en comparación con el resto de los métodos.

a)  $K = 3, M = 50$ , utilizando  $N = 11$  sumadores en la estructura del compensador propuesto, mientras que en la estructura del compensador de comparación se utilizan  $N = 6$  sumadores



b)  $K = 5, M = 50$ , siendo  $N = 11$  para el método propuesto, y  $N = 6$  para el método con el que es comparado

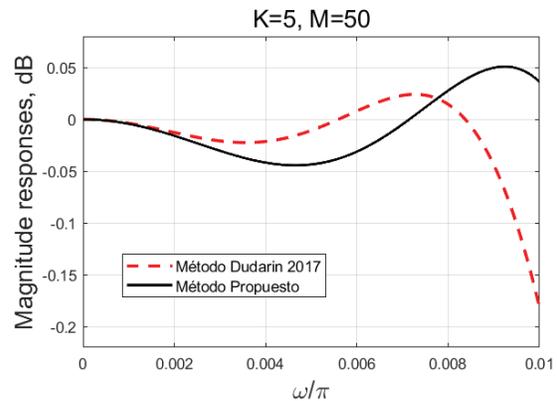


Figura 7. Comparación de las respuestas en magnitud del filtro comb compensado para  $M = 50$  con  $K = 3$  y  $5$

Tabla 7. Resumen de las características del método propuesto y los métodos de comparación

Compensador	Coefficientes dados en tabla	Mínima desviación en banda de paso (dB)	Máximo número de sumadores
Método propuesto	Sí	0.003	15
Jovanovic <i>et al.</i> , 2016	Sí	0.03	11
Xu <i>et al.</i> , 2019	No	0.01	21
Dudarin <i>et al.</i> , 2018	Sí	0.01	9
Dudarin <i>et al.</i> , 2017	Sí	0.04	6

## CONCLUSIONES

Este artículo presenta el diseño de un compensador de filtro comb sin multiplicadores de banda ancha con el objeto de obtener la flexibilidad del diseño utilizando un trade-off entre el número de sumadores y la calidad de la compensación expresada en el valor absoluto de la máxima desviación en la banda de paso. La respuesta en magnitud del compensador se presenta mediante dos funciones sinusoidales y la elección de las amplitudes de las funciones sinusoidales determina la calidad de la compensación. Con este fin, la Optimización de Enjambre de Partículas se utiliza para obtener los valores óptimos de las amplitudes que minimizan el valor absoluto de la máxima desviación en la banda de paso del filtro comb compensado. Después, las amplitudes óptimas se presentan en forma de suma de potencias de dos (SPT, por sus siglas en inglés) con el objetivo de aplicar las sumas y los desplazamientos en lugar de los multiplicadores y así obtener el diseño sin multiplicadores.

Los métodos de diseño de compensadores de filtro comb encontrados en la literatura, calculan los coeficientes del filtro, sin permitir variar el número de sumadores requeridos en su estructura. En consecuencia, es imposible mejorar la compensación proporcionada bajo estas condiciones.

Por su parte, el número total de sumadores del compensador utilizado en el método propuesto varía de 9 a 15. Al aumentar el número de sumadores, el valor absoluto de la desviación en la banda de paso disminuye y se aproxima a los valores obtenidos por PSO para un número de sumadores igual a 15.

Los resultados del diseño son independientes del factor de decimación  $M$ , para  $M > 10$ . El único parámetro de diseño es el orden del filtro comb  $K$ , que representa el número de filtros comb conectados en cascada.

El método se compara con los compensadores propuestos en la literatura. La principal ventaja del método es la flexibilidad con la que uno puede elegir una mejor compensación a expensas de incrementar el número de sumadores y viceversa.

En un futuro, se pretende llevar a cabo la implementación en hardware del método desarrollado. Por lo tanto, se ha considerado que el algoritmo sea programado en una tarjeta FPGA. Además, se desea mejorar la compensación proporcionada por el método. Para lograrlo, podría conectarse una tercera etapa al compensador, previniendo que el número de sumadores que requerirá no aumente considerablemente la complejidad de su estructura.

## REFERENCIAS

- Dudarin, A., Molnar, G. & Vucic, M. (2017). Simple multiplierless CIC compensators providing minimum passband deviation. 10th International Symposium on ISPA, 70-73. Ljubljana, Slovenia.
- Dudarin, A., Molnar, G. & Vucic, M. (2018). Optimum multiplierless compensators for sharpened CIC decimation filters. *Electron. Lett.*, 971-972 <https://doi.org/10.1049/el.2018.5114>
- Eberhart, R. C. & Shi, Y. (2001). Particle swarm optimization: Developments, applications and resources. Proceedings of the congress on evolutionary computation, 81-86. Seoul, South Korea. [https://doi.org/10.1016/S1874-1029\(14\)60015-X](https://doi.org/10.1016/S1874-1029(14)60015-X)
- Jovanovic, G. (2011). An L1 design of GCF compensation filter. *Signal Processing*, 1143-1149.
- Fernández, A. & Jovanovic, G. (2012). Maximally flat CIC compensation filter: design and multiplierless implementation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 113-117. <https://doi.org/10.1109/TCSII.2011.2180093>
- Jovanovic, G. (2018). *Advances in multirate systems*. NY: Springer.
- Jovanovic, G. (2009). Simple wideband CIC compensator. *Electron. Lett.*, 1270-1272.
- Jovanovic, G. & Fernández, A. (2014). Trigonometrical approach to design a simple wideband comb compensator. *International Journal of Electronics and Communications (AEU)*, 437-441.
- Jovanovic, G. & Harris, F. (2009). Design of wideband CIC compensator filter for a digital IF receiver. *Digital Signal Processing*, 827-837.
- Jovanovic, G., García, R., Molina, G. & de la Rosa, J. M. (2016). Novel multiplier wideband comb compensator with high compensation capability. *Circuits Syst. and Signal Process.*, 2031-2049.
- Molnar, G., Dudarin, A. & Vucic, M. (2016). Minimax design of multiplierless sharpened CIC filters based on interval analysis. Proc. Int. Conf. MIPRO, Opatija, Croatia, 94-98.
- Molnar, G., Dudarin, A. & Vucic, M. (2017). Design of multiplierless CIC compensators based on maximum passband deviation. Proc. IEEE Int. Convention MIPRO, Opatija, Croatia, 127-132.
- Molnar, G., Dudarin, A. & Vucic, M. (2018). Design and multiplierless realization of maximally flat sharpened-CIC compensators. *IEEE Trans. Circuits and Systems II*, 51-55. <https://doi.org/10.1109/tcsii.2017.2700081>
- Salguero, S. A. & Jovanovic, G. (2020). Diseño de compensadores de filtro comb de banda ancha mediante el método de análisis de intervalos. 29a. Reunión Internacional de Comunicaciones, Computación, Electrónica, Automatización, Robótica y Exposición Industrial, ROC&C'2020. Acapulco, Guerrero, México.
- Troncoso, D. E. & Jovanovic, G. (2013). Application of amplitude transformation for compensation of comb decimation filters. *Electron. Lett.*, 985-987.
- Troncoso, D. E., Molina, G. & Jovanovic, G. (2015). Simple two-adders CIC compensator. *Electron. Lett.*, 993-994.
- Xu, L., Yang, W. & Tian, H. (2019). Design of wideband CIC compensator based on particle swarm optimization. *Circuits Systems and Signal Processing*, 1833-1846.