Ingeniería Investigación y Tecnología
volumen XXVI (número 2), abril-junio 2025 1-13
ISSN 2594-0732 FI-UNAM artículo arbitrado
Información del artículo: Recibido: 13 de septiembre de 2023, aceptado: 4 de noviembre de 2024

https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2025.26.2.009

Ingeniería
Investigación y
Tecnología

Modelado simplificado de losas de concreto colado sobre lámina acanalada para el análisis de vibraciones verticales por actividades humanas

Simplified modelling of steel-concrete floors for the vertical vibration analysis under human activities

Caballero-Garatachea Omar (autor de correspondencia)
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, UAEH
Correo: omar_caballero@uaeh.edu.mx
https://orcid.org/0000-0001-6927-9888

Juárez-Luna Gelacio
Universidad Autónoma Metropolitana
Correo: gjl@correo.azc.uam.mx
https://orcid.org/0000-0002-1971-5802

Ayala-Milián A. Gustavo
Instituto de Ingeniería, UNAM
Correo: GayalaM@iingen.unam.mx
https://orcid.org/0000-0002-6777-3273

Escamilla-García Marco A.
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, UAEH
Correo: marco_escamilla@uaeh.edu.mx
https://orcid.org/0000-0001-5276-4369

Resumen

Las losas de concreto colado sobre lámina acanalada y corrugada de acero (LCCLA) son estructuras cuyo modelado numérico es complejo para su análisis dinámico vertical ante actividades humanas, generando un alto costo computacional. En la literatura se ha observado que este tipo de sistema de entrepiso puede ser modelado de manera simplificada con una placa isótropa de espesor equivalente; este procedimiento se basa en el cálculo del desplazamiento máximo de un modelo numérico refinado de LCCLA simplemente apoyada, lo cual requiere de un alto costo computacional y un analista con conocimientos avanzados de mecánica y dinámica estructural. Debido a lo anterior, en este trabajo se evalúan métodos analíticos propuestos en la literatura para calcular el desplazamiento máximo de LCCLA simplemente apoyadas, con base en el análisis de placas ortotrópicas homogéneas. Los métodos evaluados se implementan en un procedimiento reportado en la literatura para calcular un espesor equivalente de losa isótropa para el análisis de vibraciones verticales de LCCLA apoyadas sobre trabes. Se realizaron pruebas experimentales de vibración ambiental y forzada ante el caminar humano en una LCCLA existente, cuya simulación se realizó con el método de elementos finitos. Los resultados derivados del estudio numérico-experimental son utilizados para validar los métodos evaluados. En el modelado numérico se utilizaron elementos viga-columna para el modelado de trabes, columnas y malla de acero, sólidos para el modelado del concreto y cascarón para el modelado de la losa equivalente. En el caso del modelado de las actividades humanas, se utilizaron funciones periódicas basadas en series de Fourier. Con base en los resultados obtenidos se concluye que el cálculo analítico del desplazamiento máximo en placas ortotrópicas es adecuado para desarrollar modelos equivalentes de LCCLA y calcular su correspondiente frecuencia fundamental y aceleración vertical ante actividades humanas.
Descriptores: Losa compuesta acero-concreto, desplazamiento máximo, espesor equivalente, pruebas de vibración, resultados analíticos, análisis comparativo de resultados.

Abstract

Steel deck-concrete composite slabs are structures whose numerical modeling is complex for their vertical dynamic analysis under human activities, generating a time-consuming process. In the literature, it has been observed that this type of floor system can be modeled in a simplified way with an isotropic plate of equivalent thickness; this procedure is based on the calculation of the maximum displacement of a refined numerical model of simply supported slab, which requires excessive modeling time. Therefore, this paper evaluates analytical methods proposed in the literature to calculate the maximum displacement of simply supported steel deck-concrete slabs based on the analysis of homogeneous orthotropic plates. The evaluated methods are implemented in a procedure reported in the literature to calculate an equivalent isotropic slab thickness for the vertical vibration analysis of this type of floor system supported on girders. An experimental study of ambient and forced vibration to human walking in an existing slab is performed, whose fundamental frequency and acceleration results are used to validate the proposed implementation. In the numerical modeling, frame elements are used for the modeling of beams, columns and steel mesh, solids for the modeling of concrete and shells for the modeling of the equivalent slab. In the case of the modeling of human activities, periodic functions based on Fourier series were used. Based on the results obtained, it is concluded that the analytical calculation of the maximum displacement in orthotropic slabs is adequate to develop equivalent models of steel deck-concrete slabs and calculate their corresponding fundamental frequency and vertical acceleration under human activities.
Keywords: Steel-concrete slab, vibration tests, maximum displacement, equivalent thickness, analytical results, comparative analysis.

https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2025.26.2.009

Introducción

Las losas de concreto colado sobre lámina acanalada y corrugada de acero (LCCLA) son sistemas estructurales que se caracterizan por ser ligeras, de bajo costo y de construcción práctica. La construcción de este sistema de entrepiso consiste en el colado de un firme de concreto sobre la lámina de acero con una malla electrosoldada embebida. Este tipo de sistemas de entrepiso se apoya sobre vigas de acero, principales o secundarias como se muestra en la Figura 1.

Considerando la necesidad de calcular y controlar los niveles de vibración de este tipo de sistema de entrepiso ante actividades humanas, se han propuesto procedimientos simplificados para su análisis (Murray *et al.*,1997; Feldmann *et al.*, 2007; Smith *et al.*, 2007) entre otros; sin embargo, aún se requieren herramientas analíticas y numéricas para generar resultados de aproximación razonable y con un costo computacional bajo.

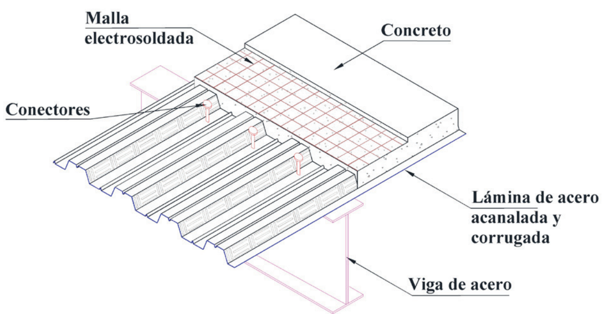


Figura 1. Losa compuesta acero-concreto

Dado que las LCCLA están constituidas de diferentes materiales, los cuales están distribuidos de diferente manera sobre la superficie total que cubren, se requiere de simulaciones numéricas extensas para evaluar su nivel de serviciabilidad de una manera suficientemente aproximada. Ante este requerimiento, se han desarrollado simplificaciones de modelado, por ejemplo Wong (1987), donde se utiliza el concepto de sección transformada para calcular deflexiones, momentos y cortantes resistentes en una LCCLA en dos direcciones ante cargas estáticas. Da Silva *et al.* (2008) propusieron una sección equivalente para el modelado de LCCLA ante cargas dinámicas distribuidas, basada en la suma de áreas transversales, la debida al espesor uniforme de la losa de concreto más el área trapezoidal generada por cada parte acanalada de la losa. Además, se realizó un estudio comparativo entre modelos numéricos de losa ortotrópica y equivalente en términos de frecuencias naturales y aceleraciones. Por otra parte, El-Dardiry & Ji (2006) propusieron un procedimiento de modelado para predecir el comportamiento dinámico de un tablero de LCCLA de manera simplificada; este criterio se basa en la observación de que éstas desarrollan formas modales concavas y convexas durante el movimiento. Este método consiste en realizar un modelo numérico refinado de una LCCLA simplemente apoyada con elementos finitos sólidos y lámina, esto con el objetivo de calcular su correspondiente desplazamiento máximo ante cargas por peso propio. El desplazamiento calculado es sustituido en la ec. (1) que corresponde al cálculo de desplazamiento de una placa isótropa simplemente apoyada (Timoshenko & Woinowsky, 1959). La ec. (2) representa la rigidez de placa isótropa, la cual depende de la variable h para calcular un espesor equivalente de LCCLA.

$$\Delta_{\max} = \alpha \frac{q_0 b^4}{D} \tag{1}$$

$$D = \frac{E_C h^3}{12(1-v^2)} \tag{2}$$

Donde:

$\Delta_{\max}$ = desplazamiento máximo
α = coeficiente adimensional reportado en tablas (Timoshenko & Woinowsky, 1959)
q_o = carga por unidad de área
b = longitud corta de la losa
E_c = módulo de elasticidad de la placa
h = espesor de la placa
v = módulo de Poisson del material

Una vez calculado el espesor equivalente se modela el tablero de losa sobre sus trabes de apoyo para calcular su frecuencia fundamental. El-Dardiry & Ji (2006) comprobaron que este procedimiento proporciona resultados satisfactorios para calcular la f_n de un tablero de LCCLA que forma parte de un sistema continuo de tableros. Este método fue validado con un estudio paramétrico donde se analizó la influencia variable como las condiciones de borde, tipo de carga (puntual o distribuida) y el módulo de corte.

El trabajo desarrollado por El-Dardiry & Ji (2006) depende principalmente del modelado refinado en 3D de una LCCLA simplemente apoyada, lo cual requiere de un alto costo computacional para el cálculo del desplazamiento máximo. En este trabajo se propone reducir estos tiempos mediante el uso de procedimientos analíticos reportados en la literatura que se basan en el análisis de placas homogéneas ortotrópicas. El estudio consiste en realizar un análisis comparativo entre resultados numéricos y analíticos en términos del desplazamiento máximo. Posteriormente, se evalúa la aplicabilidad de los procedimientos analíticos para el cálculo del espesor equivalente de LCCLA con base en el método propuesto por El-Dardiry & Ji (2006). Esta implementación se propone para el cálculo de la frecuencia fundamental de LCCLA y la aceleración vertical ante el modelado de cargas dinámicas puntuales y distribuidas representativas de actividades humanas.

Cargas dinámicas representativas de actividades humanas

Las cargas debidas a la actividad humana sobre los sistemas de entrepiso se idealizan con funciones o curvas, fuerza *vs.* tiempo. En la literatura se han propuesto funciones de carga para representar actividades humanas en sistemas de entrepiso (Ellingwood & Tallin, 1984; Rainer *et al.*, 1986; Bachmann & Ammann, 1987; Allen & Murray, 1993; Bachmann *et al*., 1995), entre otros. En el caso del caminar de personas, Murray *et al.* (1997) y Ji & Ellis (1994) proponen una función de carga dependiente del tiempo, la cual es una combinación de cargas armónicas. Dado que el caminar humano es una actividad compuesta por distintos armónicos de excitación, en este trabajo se utiliza el armónico de mayor influencia sobre el sistema de entrepiso mediante la siguiente expresión (Murray *et al*., 1997):

$$F(t) = P\alpha_i cos(2\pi i f_s t) \tag{3}$$

Donde:

P = peso de una persona
α_i = factor de carga dinámica
i = número de armónico
f_s = frecuencia de paso por el caminar de una persona

Esta carga dinámica se utiliza en este trabajo para simular el caminar humano de una persona sobre el sistema de entrepiso, con el objetivo de evaluar su nivel de aplicabilidad en el modelo simplificado de losa equivalente. Por otra parte, se utiliza la función de carga propuesta por Ji & Ellis (1994), la cual es una función que simula el impacto inducido por un conjunto de personas sobre el sistema de entrepiso:

$$F(t)\begin{cases} K_p G\text{sen}\left(\dfrac{\pi t}{t_p}\right) & 0 \le t \le t_p \\ 0 & t_p \le t \le T_p \end{cases} \tag{4}$$

Donde:

K_p = factor de impacto
G = peso de un conjunto de personas por unidad de área
t_p = duración de contacto
T_p = periodo de excitación de la carga dinámica

Al igual que la función dada por la ec. (3), este tipo de carga se utiliza para evaluar su nivel de aplicación en la evaluación de vibraciones de modelos equivalentes de LCCLA.

Evaluación del comportamiento a flexión de LCCLA

Dada la necesidad de calcular el desplazamiento máximo de una LCCLA simplemente apoyada de forma analítica, en este trabajo se evalúan 2 procedimientos analíticos reportados en la literatura para calcular este parámetro (Lekhnitskiy, 1957; Timoshenko & Woinowsky, 1959), donde se analizan placas ortotrópicas con espesor uniforme sometidas a carga distribuida, co_ mo se define en la ec. (5) y se esquematiza en la Figura 2.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q \tag{5}$$

Donde:

q = valor de carga distribuida aplicada sobre la placa
w = función dependiente de las variables x e y, que definen un campo de desplazamientos determinado
D_x, D_y y H = rigideces a flexión y torsión, respectivamente, las cuales pueden ser calculadas de la siguiente manera:

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1-v_x v_y)} D_y = \frac{E_y h^3}{12(1-v_x v_y)} D_{xy} = \frac{Gh^3}{12} H \tag{6}$$

$$= v_y \frac{E_x h^3}{(1-v_x v_y)} + 2D_{xy}$$

G es el módulo de rigidez, E_x, E_y, v_x y v_y son los módulos de elasticidad y la relación de Poisson, respectivamente, en las direcciones x e y. Como se observa, estas ecuaciones se basan en el uso del término $h^3/12$, el cual está relacionado con la geometría rectangular de la placa, por lo que es de gran importancia reconocer este parámetro para su adaptación al análisis de otras geometrías en la sección transversal de la placa.

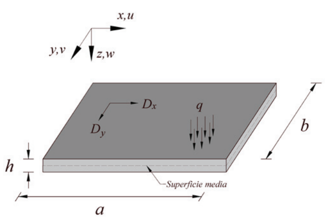


Figura 2. Placa ortotrópica homogénea ante carga uniformemente distribuida

En la literatura se han reportado soluciones para la ec. (5), algunos de los métodos más utilizados son Navier (1823) y Huber (1929), los cuales se resumen en (Lekhnitskiy, 1957; Timoshenko & Woinowsky, 1959; Szilard, 2004). En el caso de Navier (1823), se propone una función trigonométrica doble para simular la acción de una carga distribuida vertical de cualquier tipo q, en el caso de una carga uniformemente distribuida, q está basada en la siguiente expresión:

$$q = f(x,y) = \frac{16q_O}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{1}{mn} \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \text{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (7)$$

Donde:

m y n = números enteros que definen una configuración senoidal determinada
a y b = dimensiones de la placa
q_o = magnitud de la carga por unidad de área

Por lo tanto, la ec. (5) (Timoshenko & Woinowsky, 1959) se escribe como:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{16q_O}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,...}^{\infty} \frac{1}{mn} \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \text{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (8)$$

Una solución que satisfice las condiciones de borde de la placa simplemente apoyada de la ec. (8) se muestra en la ec. (9) (Timoshenko & Woinowsky, 1959). Por lo tanto, para calcular el desplazamiento máximo en el centro de la placa, se tiene que, $x = a/2$ e $y = b/2$; considerando la contribución de los primeros términos de las series infinitas, $m = n = 1.0$, la ec. (9) se simplifica como se observa en la ec. (10). Considerando la solución dada por la ec. (9), es posible calcular los momentos flexionantes en cualquier punto de la placa con las ecs. (11). Realizando la sustitución correspondiente se generan las expresiones necesarias para el análisis de LCCLA idealizadas como placas ortotrópicas.

$$w = \frac{16q_O}{\pi^6} \sum_{m=1,3,5,...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,...}^{\infty} \frac{\text{sen} \frac{m\pi x}{a} \text{sen} \frac{n\pi y}{b}}{mn\left(\frac{m^4}{a^4} D_x + \frac{2m^2 n^2}{a^2 b^2} H + \frac{n^4}{b^4} D_y \right)} \quad (9)$$

$$w_{\max} = \frac{16q_O}{\pi^6 \left(\frac{Dx}{a^4} + \frac{2H}{a^2 b^2} + \frac{D_y}{b^4} \right)} \quad (10)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = -D_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz = -D_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (11)$$

En el caso del procedimiento propuesto por Huber (1929), el comportamiento a flexión de la losa se idealiza como una viga simplemente apoyada; la solución desarrollada por éste se resume en las ecs. 12, 13 y 14, para el cálculo de desplazamientos y momentos máximos, y cuyos coeficientes se resumen en la Tabla 1 (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959; Lekhnitskiy, 1957).

$$w_{\max} = \frac{q_O b^4}{D_y} \varphi \quad (12)$$

Tabla 1. Coeficientes para el cálculo de desplazamientos y momentos máximos con las ecs. 12, 13 y 14 (Huber, 1929)

ε	φ	β_1	β_2	ε	φ	β_1	β_2
1	0.00407	0.0368	0.0368	3	0.01223	0.0055	0.1172
1.5	0.00772	0.0280	0.0728	4	0.01282	0.0015	0.1230
2.0	0.01013	0.0174	0.0964	5	0.01297	0.0004	0.1245
2.5	0.01150	0.0099	0.1100	∞	0.01302	0.0000	0.1250

$$(M_x)_{\max} = \left(\beta_1 + \beta_2 v_y \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right) \frac{q_O a^2}{\varepsilon^2} \tag{13}$$

$$(M_y)_{\max} = \left(\beta_2 + \beta_1 v_x \sqrt{\frac{D_y}{D_x}} \right) q_O b^2 \tag{14}$$

Como se observa, Huber (1929) propone un procedimiento más práctico para el análisis de placas ortotrópicas. En general, se resumen dos de los procedimientos más utilizados para el análisis de placas ortotrópicas ante carga uniformemente distribuida. En este trabajo, se evalúan ambos métodos para el cálculo del desplazamiento máximo en losas de concreto colado sobre lámina acanalada simplemente apoyadas.

Cálculo de rigideces Dx, Dy y H

Con el objetivo de calcular las rigideces a flexión y torsión de losas de concreto colado sobre lámina acanalada simplemente apoyadas, se utiliza el concepto de sección transformada, donde se propone que la sección transversal de la losa está constituida de concreto reforzado en las direcciones x e y. Dado que las LCCLA son sistemas de entrepiso de espesor no uniforme, estas propiedades se adaptan para el cálculo de las rigideces D_x y D_y, considerando que $v_x = v_y$, de tal manera que los términos de la ec. (6) cambian de la siguiente manera:

$$D_x = \frac{EI_x}{(1-v^2)} D_y = \frac{EI_y}{(1-v^2)} \tag{15}$$

Como se observa, el término $h^3/12$ de la ec. (6) representa el momento de inercia de la losa con ancho unitario, por lo que los términos I_x e I_y de la ec. (15) se calculan por unidad de longitud. Como se observa, se incluyen los términos $(1 - v^2)$ en cada término, dado que hipotéticamente la losa tiene las mismas propiedades mecánicas en ambas direcciones. En el caso de la rigidez a torsión, se considera la expresión propuesta por Huber (1929), la cual se derivó de estudios en losas de concreto reforzado y se define como:

$$H = \sqrt{D_x D_y} \tag{16}$$

Cálculo de propiedades de sección de LCCLA

El cálculo de propiedades de la sección transversal de la losa se basa en la transformación del acero de la losa en concreto, como se reporta en El-Dardiry & Ji (2006), donde la sección de LCCLA se constituye de dos tipos de perfil transversal, como se muestra en la Figura 3.

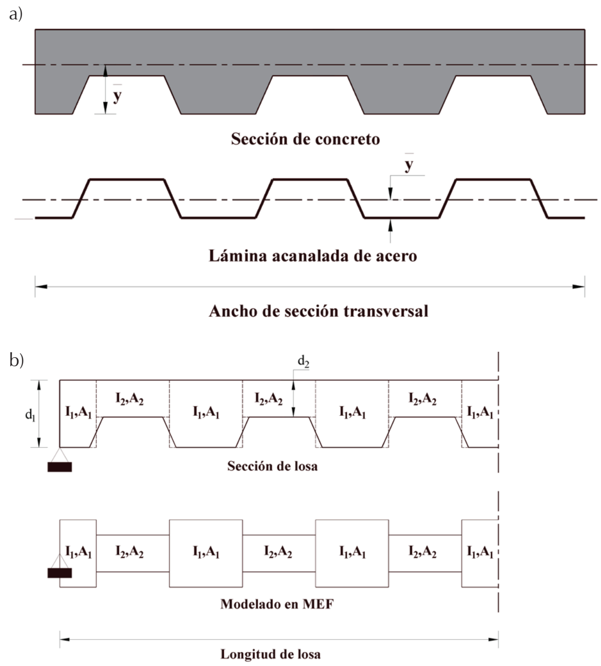


Figura 3. Secciones transversales de LCCLA: a) 1 y b) 2 (adaptado de El-Dardiry & Ji, 2006)

Las propiedades de la sección transversal mostradas en las Figuras 3a y 3b se calculan con base en los siguientes incisos:

Sección 3a

1. Cálculo de la posición del eje neutro de la sección de concreto respecto a la fibra inferior de la losa.

2. Cálculo del área y el momento de inercia de la sección de concreto, los cuales se dividen entre el valor del ancho de la sección analizada para convertirlos a propiedades por unidad de longitud.
3. Cálculo de la posición del eje neutro, así como el área y el momento de inercia de la lámina acanalada.
4. Calcular la posición del eje neutro de la sección compuesta tomando en cuenta su correspondiente factor de transformación.
5. Calcular el área y el momento de inercia de la sección compuesta (concreto-acero).

Sección 3b

1. Localización del eje neutro y cálculo de área y momento de inercia de la sección con peralte d_1.

2. Localización del eje neutro y cálculo de área y momento de inercia de la sección con peralte d_2.
3. Cálculo de anchos equivalentes para las losas con peraltes d_1 y d_2, respectivamente.
4. Modelado de viga simplemente apoyada con las propiedades de las secciones d_1 y d_2 para el cálculo del desplazamiento máximo en el centro del claro.

Como se observa en la Figura 3b, la LCCLA se modela como una viga simplemente apoyada, la cual está constituida de secciones transversales con valores diferentes de área y momento de inercia. El-Dardiry & Ji (2006) propusieron modelar este sistema con programas de análisis de elementos finitos para calcular su inercia equivalente; en este trabajo se utiliza este procedimiento.

Descripción de programa experimental

Descripción de espécimen de prueba

El experimento consistió en la medición y registro de aceleraciones verticales en un tablero de un sistema de entrepiso de un edificio destinado a oficinas. El tablero de estudio está ubicado en un extremo de la losa, como se muestra en la Figura 4. La losa es rectangular (10.0 m x 4.37 m) de 14 cm de espesor como se muestra en la Figura 5. La sección transversal de la losa está constituida por una losa de concreto y una lámina calibre 22 (0.63 mm de espesor), cuyas dimensiones se observan en la Figura 6. La resistencia a compresión del concreto es aproximadamente $f'c$=200 kg/cm^2, con un peso volumétrico de 2200 kg/m^3. El valor del módulo de elasticidad del concreto la losa es E_{cc}=156507 kg/cm^2. Las trabes principales y secundarias están constituidas de perfiles W como se muestra en la Figura 5, mientras que las columnas tienen una sección HSS 12X12X3/8. El valor del módulo de elasticidad del acero es E_{ac}=2100000 kg/cm^2. Esta losa fue analizada ante vibración ambiental y forzada para determinar sus propiedades dinámicas y su comportamiento dinámico ante actividades humanas (Gallegos, 2020).

Equipo

El registro de las señales se realizó con un sistema de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42 (Spectral Dynamics Inc., 2001), el cual registra y grafica el procesamiento de los datos obtenidos. Este modelo procesa señales de hasta 20 kHz, las cuales se analizan con un programa basado en MATLAB v2017 (Mathworks Inc., 2017); contiene aplicaciones llamadas instrumentos virtuales, los cuales a partir de una señal de entrada generan funciones o señales de salida. Los sensores de aceleración se caracterizan por ser medidores piezoeléctricos uniaxiales, tal como se muestra en la Figura 7.

Colocado de sensores de aceleración sobre especímenes de prueba

La colocación de los acelerómetros uniaxiales se realizó en las zonas donde se estimó que se desarrollan las primeras 3 amplitudes modales máximas. El primer sensor (S1) se ubicó en el centro de la losa; el sensor S2 se

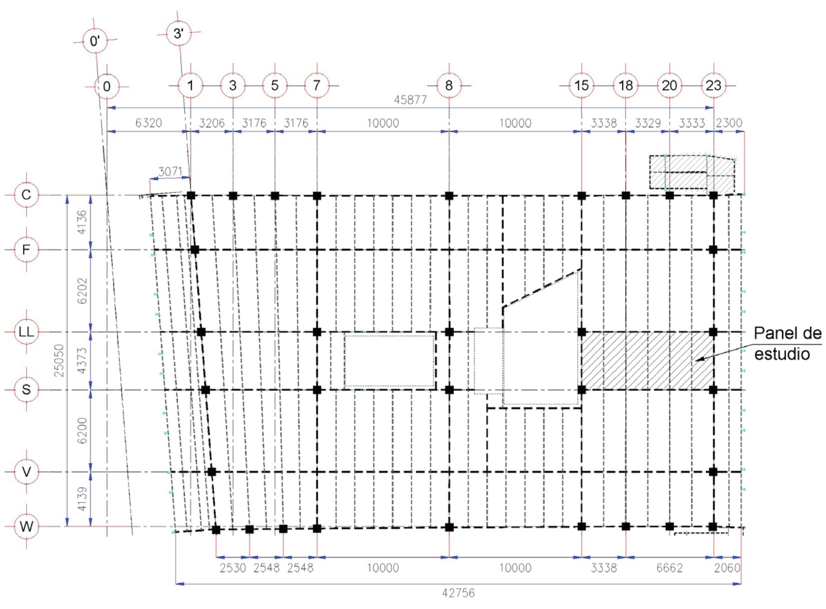


Figura 4. Plano de losa y ubicación de panel de estudio

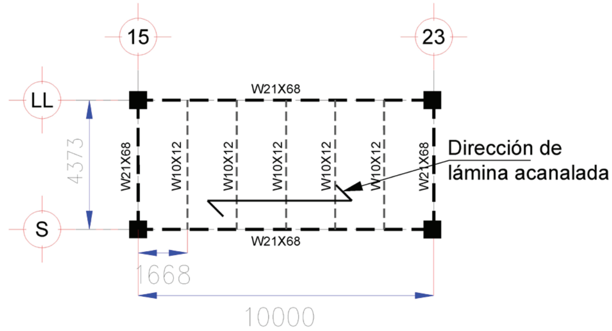


Figura 5. Esquema de tablero de losa de LCCLA

a)

b)

c)

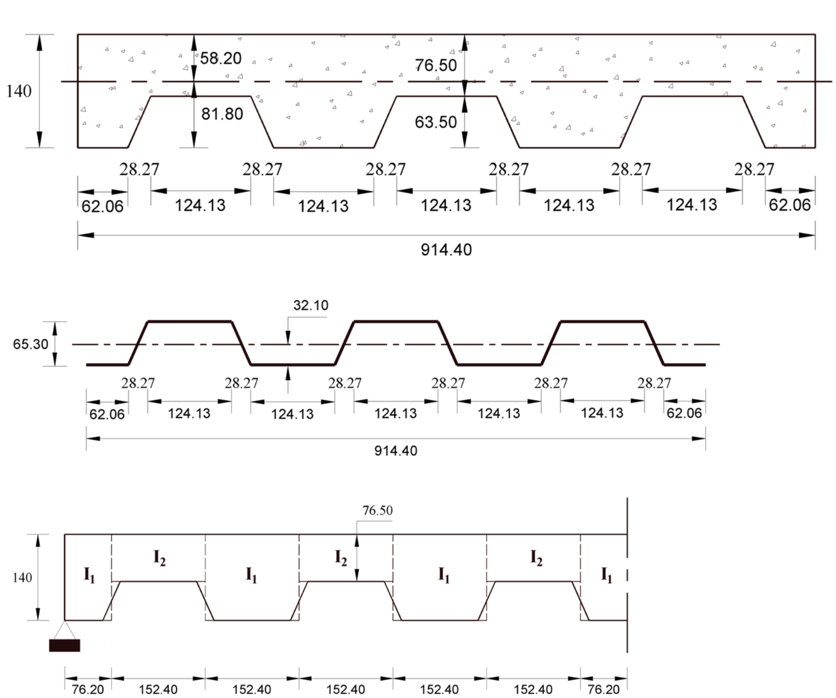


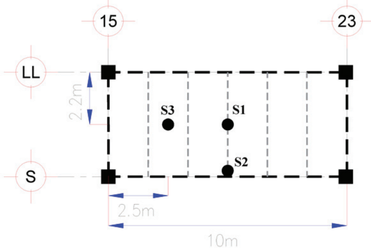
Figura 6. Sección transversal de losa: a) concreto, b) lámina acanalada de acero y c) perfil de secciones en dirección opuesta

a) b)

Figura 7. Dispositivos: a) equipo de procesamiento de señales y b) acelerómetros

colocó sobre una viga principal y por último, el sensor S3 fue colocado a una distancia de 2.5 m aproximadamente a partir del eje 15, a un cuarto de la longitud, como se muestra en la Figura 8a. En la Figura 8b se muestra la instrumentación realizada en la losa de prueba.

a)



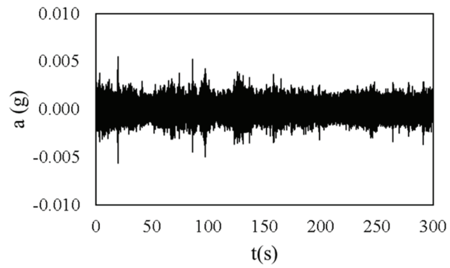
b)

Figura 8. Instrumentación de espécimen de prueba: a) esquema de arreglo de sensores y b) colocado de sensores en losa de prueba

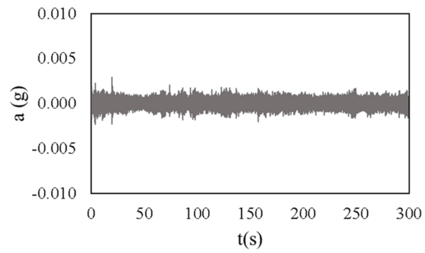
Pruebas de vibración ambiental

En esta prueba se registraron aceleraciones por vibraciones ambientales con una frecuencia de muestreo de 512 Hz, en un lapso de tiempo de 300 *s* (Figura 9). Posteriormente se calcularon sus correspondientes espectros de potencia como se muestra en la Figura 10, donde se define el valor de la frecuencia natural fundamental de la losa; además se observa que en el sensor S1 se registra una amplitud de energía mayor que los otros 2 sensores, lo cual muestra que existe un modo de vibrar completamente definido en la posición de amplitud máxima de la losa con un valor de f_n=12.0 Hz, como se muestra en la Figura 10. En la misma figura se observa que existen otras frecuencias de vibración que se desarrollan en la losa; sin embargo, no se consideran para los objetivos de este trabajo, ya que la frecuencia natural fundamental es la variable interés.

a)



b)



c)

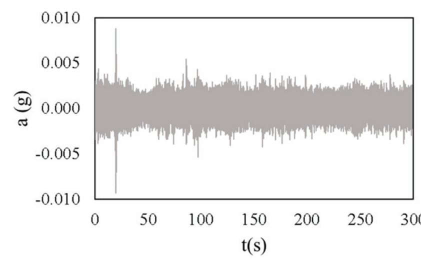


Figura 9. Registros de aceleración de pruebas de vibración ambiental de sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

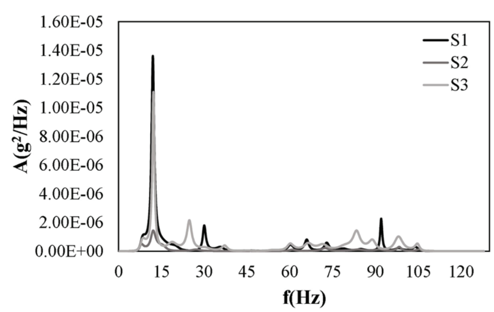


Figura 10. Espectros de potencia de pruebas de vibración ambiental

Prueba de vibración forzada ante el caminar humano

El experimento consistió en el caminar aleatorio de una persona sobre la losa de estudio. El peso de la persona es de 97 kg con una frecuencia de paso promedio de 2.0 Hz. En la Figura 11 se reportan las aceleraciones registradas por los sensores S1, S2 y S3, donde los sensores S1 y S3 registraron las aceleraciones máximas de 12.80 y 23.20 cm/s^2, respectivamente. Como se observa, el sensor S3 registró las aceleraciones mas altas, las cuales están asociadas a una respuesta local del sistema de entrepiso. Sin embargo, en el caso de este trabajo, se tomaron como referencia las aceleraciones registradas con el sensor S1 (centro del claro de la losa) para validar el procedimiento propuesto en este trabajo, ya que esta zona está asociada a la amplitud modal máxima del panel de estudio.

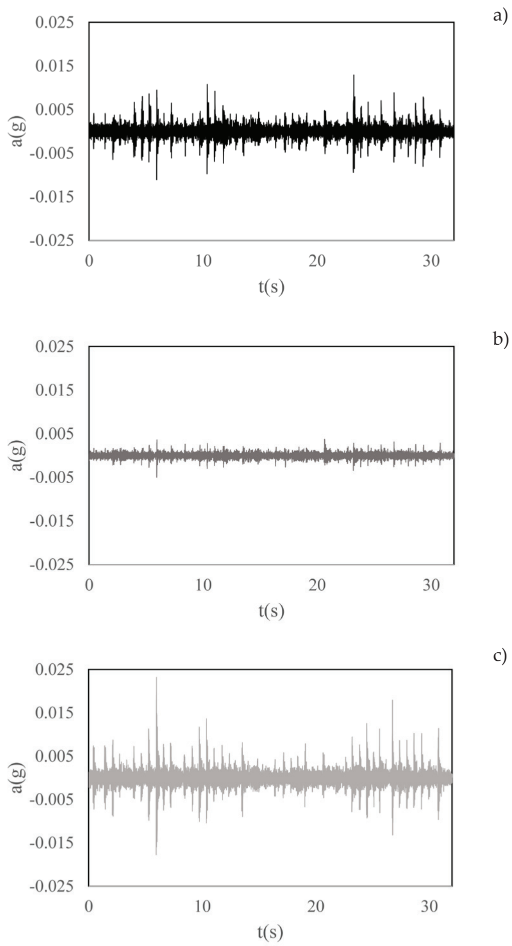


Figura 11. Aceleraciones registradas en el espécimen de prueba ante el caminar de una persona por los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

Modelado numérico

En esta sección se realiza el modelado numérico refinado de la losa descrita en la sección anterior, la cual está constituida con elementos finitos tipo sólido para el modelado del concreto, cascarón para el caso de la lámina y viga-columna para el caso de la malla electrosoldada, vigas y columnas de acero. El modelado se realizó con el programa SAP2000 V20 (CSI, 2020), como se observa en la Figura 12. Al modelar el tablero indicado en las Figuras 4 y 5 en condición aislada como se muestra en la Figura 13, se calculó una frecuencia fundamental f_{num} de 12.33 Hz; la diferencia es de 2.6 % respecto a la medición experimental f_n= 12.0 Hz.

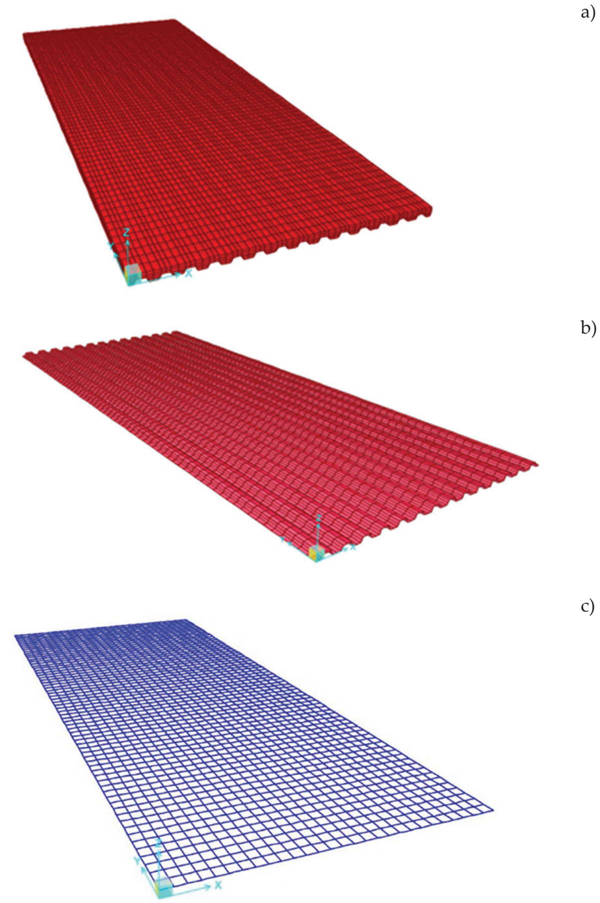


Figura 12. Modelado numérico refinado de espécimen de prueba, mallado del: a) concreto, b) lámina de acero acanalada y c) malla de acero electrosoldada

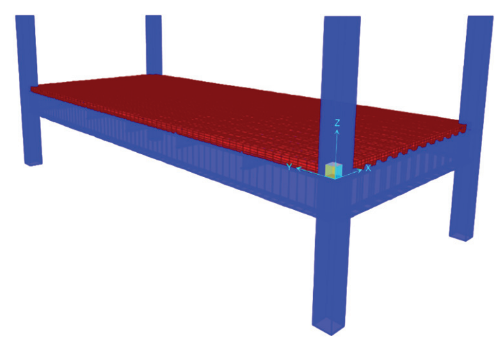


Figura 13. Modelado refinado de sistema de tablero de espécimen de prueba

https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2025.26.2.009

Resultados y discusión

En esta sección se realiza un estudio comparativo entre resultados analíticos, numéricos y experimentales para validar el cálculo analítico del desplazamiento máximo de LCCLA que se propone en este trabajo. El estudio consistió en calcular los momentos y desplazamientos máximos que ocurren en la losa de la Figura 12, ante su propio peso y en condición de apoyo simple. Se realiza una comparación entre los resultados obtenidos con la losa modelada en 3D, la losa isótropa (equivalente) y la prueba experimental en términos de la fn. Posteriormente, se comparan las aceleraciones verticales calculadas en la losa modelada refinadamente en 3D y la losa modelada con placa isótropa. En el caso del análisis de la LCCLA simplemente apoyada, primero se calculan los parámetros necesarios para el cálculo de momentos y desplazamientos.

Considerando la orientación de la lámina que se muestra en la Figura 12, se calcula el momento de inercia de la sección transversal en la dirección más larga de la losa, con base en las dimensiones que muestran las Figuras a y b. En el caso de la dirección corta (c) se calculan las propiedades de las secciones transversales que conforman la viga para un ancho de 100 cm. Con base en los módulos de elasticidad reportados en el reporte experimental, se transforma el acero en concreto, por lo que el factor de transformación es n=13.42. En el caso de la dirección larga, el cálculo de las propiedades de la sección compuesta corresponde a un solo tipo de configuración geométrica, cuyo ancho de análisis es 914.40 cm, como se observa en la Figura 6. En el caso de la dirección corta se analizaron 2 tipos de sección compuesta, cuyos peraltes son d_1= 14 cm y d_2=7.65 cm con un ancho unitario de 100 cm. Con base en lo anterior, se calculan las propiedades de las secciones compuestas como se muestra en la Tabla 2; es importante destacar que para las secciones con peraltes d_1 y d_2, se calcularon sus respectivos momentos de inercia, I_{d1}= 26629 cm^4 e I_{d2}=4813.337 cm^4, de los cuales se calcularon bases equivalentes b_{d1}=116.4537 cm y b_{d2}=129.01 cm, respectivamente. Por lo tanto, el modelado de la losa equivalente de concreto en la dirección corta es como se muestra en la Figura 14, donde se calcula un desplazamiento máximo de 0.83 cm ante cargas inducidas por el peso propio de la losa; este desplazamiento es utilizado en la ecuación para el cálculo del desplazamiento máximo de una viga simplemente apoyada de sección constante, por lo que el momento de inercia equivalente es el que se resume en la Tabla 2. Posteriormente, se calculan las rigideces en las direcciones larga y corta, que corresponden a D_x y D_y, respectivamente, así como la rigidez a torsión dada por la ec. (16) (ver Tabla 2).

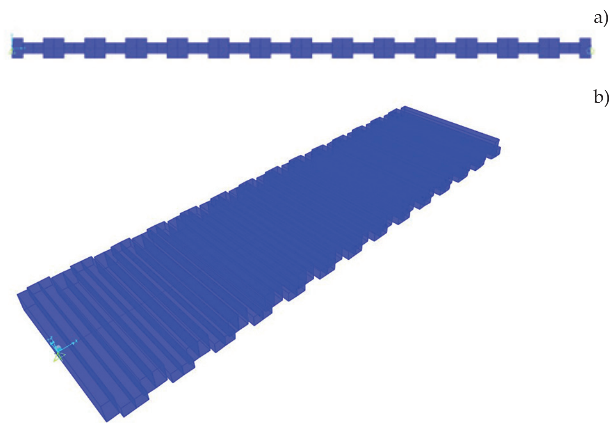


Figura 14. Modelo numérico simplificado de losa en la dirección corta: a) vista lateral y b) vista en 3D

Una vez calculadas las rigideces mencionadas anteriormente se calculan lo momentos flexionantes M_x, M_y y el desplazamiento máximo en la LCCLA simplemente apoyada; con las dimensiones de la losa y los valores de la Tabla 2, se calculan los momentos en el centro de la placa, cuyos valores se resumen en la Tabla 3. De igual manera, estos momentos flexionantes se calculan con el procedimiento propuesto por Huber (1929), con base en las ecs. (13) y (14), y los valores de la Tabla 2. En cuanto al cálculo del desplazamiento, se utiliza la ec. (10) (Navier, 1823) como resultado de incluir solo los primeros términos de las series infinitas dadas en la ec. (9), esto con el objetivo de simplificar el cálculo, y así evaluar su nivel de aproximación. Por lo que al sustituir nuevamente en la ec. (10) los valores a = 1005.84 cm, b = 426.72 cm y q_o = 0.0246 kg/cm^2 junto con los valores de la Tabla 2, se tienen como resultado los valores que se muestran en la Tabla 3. El mismo procedimiento de

Tabla 2. Cálculo de rigidez de losa en las direcciones larga y corta

Dirección de análisis		Área sección compuesta A_c (cm^2/m)	Momento de inercia de sección compuesta I_c (cm^4/cm)	Rigidez D (kg-cm)	Rigidez torsional H (kg-cm)
Dirección larga (D_x)		1083.36	175.38	28591955	19495097
Dirección corta (D_y)	Sección d_1	1480.51	81.53	13292508	
	Sección d_2	845.50			

Tabla 3. Comparación de momentos y desplazamientos para validar los procedimientos analíticos en el modelado de LCCLA como placa ortotrópica simplemente apoyada

Tipo de modelado	Momento Mx (kg-cm)	Diferencia	Momento My (kg-cm)	Diferencia	Desp. Δ (cm)	Diferencia
Modelo refinado en 3D	315	-	440	-	0.603	-
Analítico (Navier, 1823)	376	1.19	476	1.08	0.638	1.05
Analítico (Huber, 1929)	302	0.96	434	0.99	0.625	1.03

Tabla 4. Cálculo de espesor equivalente con diferentes métodos de solución

Tipo de modelado	Espesor equivalente h_{eq} (cm)	Frecuencia natural placa isótropa (Hz)	*fn* placa isótropa / *fn* experimental
Modelo refinado 3D	10.24	11.81	0.984
Huber (1929)	10.12	11.77	0.980
Navier (1823)	10.05	11.75	0.979

cálculo se realizó con las tablas propuestas por Huber (1929) (Tabla 1), por lo que el desplazamiento calculado se muestra en la Tabla 3. Por otra parte, del análisis numérico del modelo refinado se calcularon los momentos M_x, M_y y el desplazamiento máximo en el centro del claro, cuyos valores se resumen en la Tabla 3. En el caso de la comparación entre valores de momentos flexionantes se observan diferencias máximas de 19 % y mínimas de 1 % entre las soluciones analíticas y el modelo numérico refinado, donde Huber (1929) proporciona resultados de mejor aproximación. En el caso del desplazamiento, se observa una diferencia menor a 3 %. En el caso de las soluciones analíticas [10,15], se observa que existe una diferencia entre ambas menor a 5 %, lo cual indica que el cálculo del comportamiento a flexión de la placa es ligeramente sensible a los métodos de cálculo, esto se atribuye a la influencia del nivel de aproximación de las funciones de desplazamiento utilizadas por cada autor (Navier, 1823; Huber, 1929). Con base en los resultados de la Tabla 3, se observa que el modelo analítico de placa ortotrópica es ligeramente menos rígido que el modelo numérico refinado, aunque la diferencia que existe entre las distintas soluciones es mínima.

Con el objetivo de calcular un espesor equivalente (El-Dardiry & Ji, 2006), a partir del análisis del tablero de LCCLA de la Figura 13, los valores de desplazamiento calculados en la Tabla 3, así como otros parámetros que corresponden al análisis de una placa de concreto reforzado se sustituyen en la ec. (1). Por lo que, los espesores equivalentes de losa calculados con cada método se resumen en la Tabla 4. Sustituyendo los diferentes valores de espesor de placa isótropa en el modelo refinado en 3D, como se observa en la Figura 15, se calculan las frecuencias fundamentales. De acuerdo con la comparación realizada, se observa una diferencia menor a 2.1 % entre los resultados analíticos y numéricos respecto al resultado experimental.

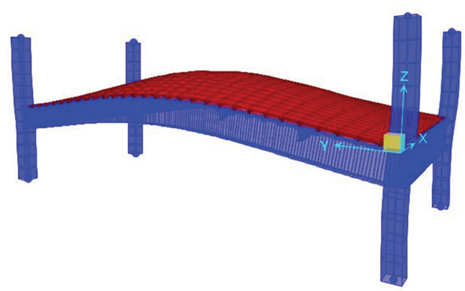


Figura 15. Modelado simplificado de losa con espesor equivalente uniforme

Comparación en términos de la aceleración

Con el objetivo de evaluar el nivel de aplicabilidad de funciones de carga dinámicas puntuales y distribuidas representativas de actividades humanas sobre los modelos de LCCLA, se definieron funciones de carga con las ecs. (3) y (4). La primera ecuación se aplicó en el centro del claro de la losa y cuyos parámetros se resumen en la Tabla 5. En la segunda ecuación se utilizó una función de carga distribuida que corresponde a la actividad de aeróbicos de un conjunto de personas, cuyos parámetros se muestran en la Tabla 5. Por lo tanto, se tienen como resultado las funciones que se muestran en la Figura 16. Considerando que el procedimiento propuesto por Huber (1929) proporcionó resultados de aproximación satisfactoria, se aplican cargas puntuales y distribuidas, sobre su correspondiente modelo de losa equivalente y el modelo refinado, cuyos resultados en términos de la aceleración se observan en la Figura 17.

Tabla 5. Parámetros para definir funciones de carga

Valores de parámetros			
Murray *et al*. (1997)		Ji & Ellis (1994)	
P (kg)	97	G (kg/m^2)	70
i	1	Kp	2.34
αi	0.5	tp (s)	0.16
fs (Hz)	2.0	Tp (s)	0.66

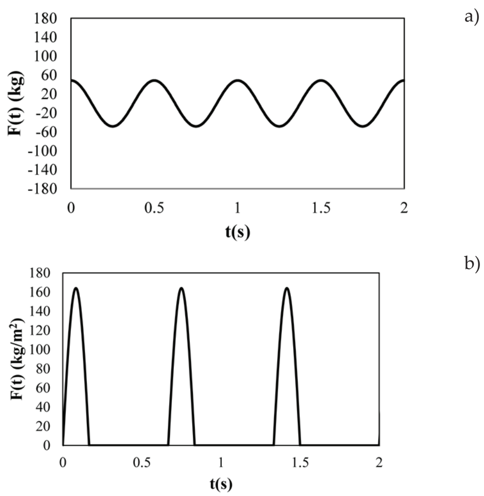


Figura 16. Funciones de carga para cálculo de aceleraciones: a) carga puntual y b) carga distribuida

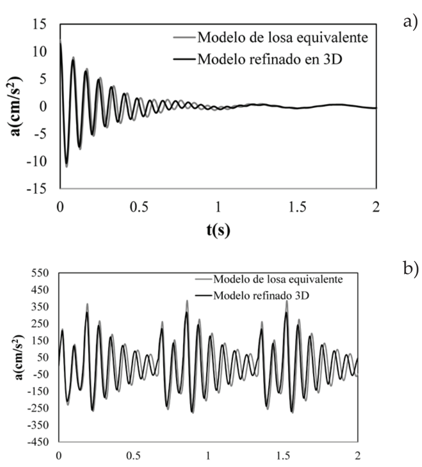


Figura 17. Comparación entre aceleraciones: a) carga puntual y b) carga distribuida

De acuerdo con la comparación de la Figura 17, en el caso de la función representativa del caminar humano existe una diferencia de 5.6 % entre las aceleraciones máximas calculadas con la losa equivalente y el modelo refinado, por otra parte, al comparar estos (Allen & Murray, 1993) resultados con las aceleraciones experimentales se observa una diferencia de 5.3 % para el caso del modelo simplificado con losa equivalente y del 10.78 % para el caso del modelo refinado. En el caso de la carga dinámica distribuida se observan diferencias de hasta 19 % entre las aceleraciones máximas calculadas con la losa equivalente y el modelo refinado, esto ocurre solamente en los picos máximos de aceleración, como se observa en la Figura 17c. Cabe señalar que en general los resultados numéricos proporcionan valores de aceleración altos, esto se atribuye principalmente a que las funciones periódicas generan sobreestimación de la respuesta en modelos de elementos finitos (Brownjohn *et al.,* 2004). Sin embargo, se obtienen resultados de aproximación razonable, los cuales pueden ser útiles para el análisis de la serviciabilidad del sistema de entrepiso.

Conclusiones

En este trabajo se evaluaron algunos procedimientos simplificados para predecir el comportamiento a flexión y el desplazamiento máximo de LCCLA simplemente apoyadas. Se desarrolló un modelo refinado en 3D, cuyos resultados fueron comparados con los derivados de métodos analíticos aproximados. Posteriormente, el desplazamiento máximo calculado en la LCCLA simplemente apoyada se implementó en un procedimiento propuesto en la literatura para calcular un espesor equivalente de losa isótropa.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que las LCCLA pueden idealizarse como placas ortotrópicas homogéneas para determinar su comportamiento a flexión. Cabe resaltar que los métodos analíticos aproximados para calcular tal comportamiento dependen de la selección adecuada de una función de desplazamientos; en el caso de este trabajo se observa que el método propuesto por Huber (1929) ligeramente proporciona resultados de mejor aproximación. Además, el procedimiento es aplicable al análisis de losas perimetralmente apoyadas cuadradas y rectangulares, desarrollando una forma modal con máximo en el centro del claro. Por lo tanto, es posible evitar el modelado refinado de una LCCLA simplemente apoyada, para minimizar el tiempo de modelado y análisis computacional.

Dado que el método propuesto por El-Dardiry & Ji (2006) tiene como propósito el cálculo del espesor equivalente y, posteriormente la frecuencia fundamental de una LCCLA, en este trabajo se evalúa tanto la factibilidad de modelar actividades humanas sobre los modelos de losa equivalentes como el nivel de aproximación de cargas dinámicas puntuales y distribuidas, como dos de las principales funciones de carga dinámicas en el modelado de este tipo de actividades. A partir de esta evaluación se concluye que los modelos de losa equivalente proporcionan resultados satisfactorios para el modelado de actividades humanas.

En general, se deduce que es de gran utilidad el uso de procedimientos analíticos derivados de la teoría de placas para el análisis de LCCLA. Además, es importante destacar que en este trabajo se utilizó un método práctico de modelado equivalente derivado de la literatura para el análisis de este tipo de sistema de entrepiso. Esto con la finalidad de informar y capacitar a los ingenieros de la práctica profesional sobre el uso de alternativas de modelado de LCCLA, principalmente a aquellos que poseen pocos conocimientos sobre el modelado y análisis numérico de estructuras.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico y al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por las facilidades proporcionadas para la realización de este trabajo. El segundo autor agradece a la Universidad Autónoma Metropolitana por el apoyo proporcionado en el desarrollo de este proyecto. Los autores primero y cuarto agradecen a la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo por las facilidades otorgadas en la realización de este proyecto de investigación.

Referencias

Allen, D., & Murray, T. (1993). Design criterion for vibrations due to walking. *Engineering Journal*, AISC, 30, 117-129.

Bachmann, H., & Ammann, W. (1987). *Vibration in structures induced by man and machines.* Zurich: Structural Engineering Document No. 3e, International Association for Bridge and Structural Engineers, AIPC-IVBH.

Bachmann, H., Ammann, W., Deischl, F., Eisenmann, J., Floegl, I., Hirsch, G., & Steinbeisser, L. (1995). *Vibration problems in structures*. Birkhauser, Alemania: Practical guidelines.

Brownjohn, J., Pavic, A., & Omenzetter, P. (2004,). A spectral density approach for modelling continuous vertical forces on pedestrian structures due to walking. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1), 65-77. http://dx.doi.org/10.1139/l03-072

CSI. (2020). *Analysis reference manual for SAP2000*. Berkeley, Estados Unidos.

Da Silva, J., Da S. Vellasco, P., & De Andrade, S. (2008). Vibration analysis of orthotropic composite floors for human rhythmic activities. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 56-65. https://doi.org/10.1590/S1678-58782008000100009

El-Dardiry, E., & Ji, T. (2006). Modelling of the dynamic behavior of profiled composite floors. *Eng. Struct.*, 28, 567-579. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.09.012

Ellingwood, B., & Tallin, A. (1984). Structural serviceability: Floor vibrations. *Journal of Structural Engineering*, 401-418. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:2(401)

Feldmann, M., Heinemeyer, C., & Lukic´. (2007). European commission, directorate-general for research and innovation, human-induced vibration of steel structures HIVOSS. Publications Office.

Gallegos, F. (2020). *Análisis de vibraciones en losas de concreto colado sobre láminas de acero acanaladas y corrugadas sometidas a actividades humanas*. (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, México. https://doi.org/10.24275/uama.6743.9444

Huber, M. (1929). *Probleme der statik technisch wichtiger orthotroper platten*. Warsaw: Gebethner & Wolff.

Ji, T., & Ellis, B. (1994). Floor vibration induced by dance-type loads: theory. *The Structural Engineer*, 72(3), 37-44.

Lekhnitskiy, S. (1957). *Anisotropic plates.* Springfield Va. 22151: Clearinghouse for Federal Scientific & Technical Information.

MathWorks Inc. (2017). MATLAB Version R2017b. Natick, Massachusetts.

Murray, T., Allen, D., & Ungar, E. (1997). *Steel design guide series 11: floor vibrations due to human activity.* Chicago, IL: American Institute of Steel Construction.

Navier, C. (1823). *Extrait des recherches sur la flexion des plans elastiques*. Bulletin des Sciences. Société Philomathique de Paris, 5, 95-102.

Rainer, J., Pernica, G., & Allen, D. (1986). Dynamic loading and response of footbridges. Proceedings Canadian Society for Civil Engineering. Second International Conference on Short and Medium Span Bridges, 2, 335-347.

Smith, A., Hicks, S., & Devine, P. (2007). Design of floors for vibration: A new approach. The Steel Construction Institute, SCI Publication P354. http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.29342.95048

Spectral Dynamics Inc. (2007). SIGLAB Manuals, User´s Guide.

Szilard, R. (2004). *Theories and applications of plate analysis: classical, numerical and engineering methods*. New York: John Wiley & Sons Inc.

Timoshenko, S., & Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of plates and Shells*. McGraw-Hill.

Wong, C. (1987). *Feasibility studies of two-way composite steel-deck slab.* (Tesis de Maestría). Texas Tech University.

Cómo citar:

Caballero-Garatachea, O., Juárez-Luna, G., Ayala-Milián, A. G., & Escamilla-García, M. A. (2025). Modelado simplificado de losas de concreto colado sobre lámina acanalada para el análisis de vibraciones verticales por actividades humanas. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 26(02), 1-13. https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2025.26.2.009